

DOI: 10.20535/kpissn.2022.1-2.268688

УДК 517.9: 621.382.233

Бомба А.Я.¹, Мороз І.П.¹¹Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна

*Відповідальний автор: Igor_Moroz@yahoo.com

МОДЕЛЮВАННЯ ДИФУЗІЙНО-ДРЕЙФОВИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕКТРОННО-ДІРКОВІЙ ПЛАЗМІ АКТИВНОЇ ОБЛАСТІ *P-I-N*-ДІОДІВ В УМОВАХ ПРОНИКАЮЧОЇ В ПЛАЗМУ НВЧ-ХВИЛІ МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ЗБУРЕНЬ

Проблематика. Розглянуто проблему розробки інструментальних засобів для математичного моделювання стану електронно-діркової плазми в активній області *p-i-n*-структур за умов впливу додаткового фактора – потужного надвисокочастотного (НВЧ) електромагнітного поля. Задача важлива для спеціалістів у сфері НВЧ-електроніки, оскільки *p-i-n*-структури використовуються, зокрема, для комутації потужних електромагнітних полів і у якості захисних пристроїв вхідних трактів радіотехнічних систем.

Мета дослідження. Полягає у розробці методології моделювання розподілу концентрації електронно-діркової плазми в активній області плазмових діодів з урахуванням впливу на динаміку носіїв заряду проникаючого в активну область НВЧ-випромінювання та розвитку асимптотичних методів розв'язання відповідних сингулярно збурених нелінійних задач.

Методика реалізації. Досягнення мети забезпечується застосуванням методів пограничного шару, комплексних амплітуд та класичних аналітико-числових методів розв'язання крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь.

Результати дослідження. Запропоновано узагальнену математичну модель стаціонарного стану електронно-діркової плазми в активній області *p-i-n*-діодів у гідродинамічному наближенні, яка враховує вплив на процеси у плазмі НВЧ-випромінювання. Основу моделі складає нелінійна сингулярно збурена крайова задача для системи рівнянь неперервності електронно-діркових струмів та Пуассона. Модельна крайова задача зведена до рекурентної послідовності лінійних крайових задач. Знайдено розв'язки поставленої задачі у вигляді асимптотичних рядів, що містять стаціонарну і нестаціонарну складові. Особливістю запропонованої математичної моделі є те, що вона відображає ефект виявлення електромагнітної НВЧ ТЕ-подібної хвилі на неоднорідності розподілу концентрації носіїв заряду у активній області *p-i-n*-діода.

Висновки. Розроблено методологію моделювання стаціонарного стану електронно-діркової плазми в активній області *p-i-n*-діодів з урахуванням впливу на динаміку носіїв заряду проникаючого в активну область НВЧ випромінювання.

Ключові слова: сингулярність, асимптотичний ряд, примежова поправка, електронно-діркова плазма, *p-i-n*-діод.

Вступ

Плазмовий діод (*p-i-n*-діод) – напівпровідниковий пристрій, в якому області сильнолегованих напівпровідників *p*- та *n*-типів розділені шаром напівпровідника із власною провідністю (*i*-область, або активна область) [1–3]. *P-i-n*-діоди в об'ємному та інтегральному виконанні (поверхнево-орієнтовані структури, кремнієві вікна тощо) широко використовують для управління електромагнітним полем у НВЧ-системах

передачі інформації [1–3] завдяки можливості створення в *i*-області діода електронно-діркової плазми.

Розроблення технічних пристроїв НВЧ з керуючими елементами на *p-i-n*-структурах пов'язане із розв'язанням просторових крайових задач: для системи рівнянь Максвелла [4]; системи дифузійно-дрейфових рівнянь, Пуассона та теплопровідності (дозволяють отримати інформацію про електродинамічні властивості керуючого елемента) [1–3]. Окремо згадаємо задачі оптимі-

Пропозиція для цитування цієї статті: А.Я. Бомба, І.П. Мороз, “Моделювання дифузійно-дрейфових процесів в електронно-дірковій плазмі активної області *p-i-n*-діодів в умовах проникаючої в плазму НВЧ хвилі методами теорії збурень”, *Наукові вісті КПИ*, № 1–2, с. 51–64, 2022. doi: 10.20535/kpissn.2022.1-2.268688

Offer a citation for this article: Ya. Bomba, I. P. Moroz, “Simulation of Diffusion-Drift Processes in the Electron-Hole Plasma of the P-I-N-Diodes Active Region Under the Conditions of a MW Penetrating in the Plasma by the Perturbation Theory Methods”, *KPI Science News*, no. 1–2, pp. 51–64, 2022. doi: 10.20535/kpissn.2022.1-2.268688

зації характеристик відповідних технічних систем. У загальній постановці задача моделювання властивостей p - i - n -структур складна і для зменшення рівня її складності використовують методи декомпозиції [4].

Розв'язання електродинамічної задачі забезпечує можливість отримати інформацію про базові характеристики пристрою, що проектується, – матрицю розсіювання електромагнітного поля. Найчастіше така задача вирішується методом Бубнова–Гальоркіна або його модифікаціями [4]. Вхідними даними для електродинамічної задачі є, зокрема, матеріальні рівняння, які описують електродинамічні властивості електронно-діркової плазми діода. Труднощі, які виникають у процесі отримання матеріальних рівнянь (або їх аналогів), ідентичні до тих, з якими стикаються під час моделювання фізичних характеристик інших пристроїв напівпровідникової електроніки. Зокрема, складність проблематики моделювання властивостей електронно-діркової плазми p - i - n -діода обумовлена нелінійністю базової системи рівнянь, наявністю в i -області ділянок з великими значеннями градієнтів шуканих функцій, жорсткими вимогами стосовно стійкості і збіжності обчислювальних схем [5; 6] (у випадку застосування чисельних методів для отримання результатів моделювання). Тому традиційно тут використовують метод лінеаризації та відповідні методи розв'язання лінійних рівнянь математичної фізики [1–3]. Під час комп'ютерного моделювання виникає проблема вибору початкового наближення, яка спонукає до пошуку та розроблення аналітичних методів розв'язання поставлених нелінійних задач, зокрема, асимптотичних методів [7–9].

Асимптотичні методи є досить ефективними під час вирішення складних науково-технічних проблем у різних предметних областях [10–17]. Вони забезпечують можливість не тільки знаходження наближених розв'язків поставлених задач, але й дослідити вплив різних факторів (навіть малозначущих), що діють у системі, і це забезпечує можливість краще розуміти фізику досліджуваних процесів. Один із таких методів – метод приміжових функцій [8, 9, 12] – модифіковано для отримання додаткової інформації про властивості активної області p - i - n -діодів [13, 14].

Проблема моделювання характеристик p - i - n -діодів ускладнюється залученням у модель додаткових факторів впливу, необхідністю застосування системних підходів до її вирішення.

Зокрема, під час вивчення процесів комутації НВЧ-полів високого рівня потужності потрібно враховувати вплив на стан плазми ефектів розігріву активної області [16], виявлення електромагнітних хвиль на p - i -, n - i -переходах [18] і зонах активної області з неоднорідним розподілом концентрації носіїв заряду, пробійні ефекти тощо.

Об'єктивно з'являється потреба в узагальненні наявних математичних моделей плазми напівпровідникових пристроїв, які важливі і з наукової, і з технічної точок зору, і у розробленні та удосконаленні методів їх аналізу.

Постановка задачі

Метою роботи є розвиток методології моделювання розподілу концентрації електронно-діркової плазми в активній області плазмових діодів з урахуванням впливу на динаміку носіїв заряду проникаючого в активну область НВЧ-поля та розвиток асимптотичних методів розв'язання відповідних сингулярно збурених нелінійних задач, що забезпечує можливість отримати додаткову інформацію про властивості просторового заряду p - i - n -діодів.

Математична постановка задачі дослідження

Розглянемо проблему визначення базових характеристик області просторового заряду p - i - n -діодів (область $\Omega = \{(x, y, z) : 0 < x < w, (y, z) \in \Omega_{II}\}$, де Ω_{II} – скінченна область, обмежена деякою заданою гладкою кривою, рис. 1) – розподілів концентрацій дірок (n), електронів (p) та потенціалу (φ) – за умови впливу на дифузійно-дрейфові процеси НВЧ-хвилі типу ТЕ [19], яка проникає в активну область діода і поширюється вздовж осі z . Якісний аналіз проблеми дозволяє зробити висновки про те, що область просторового заряду з погляду електродинамічних властивостей є неоднорідною, анізотропною, електропровідною. Задача моделювання процесу поширення електромагнітних хвиль за цих умов вимагає розроблення спеціальних підходів, які ґрунтуються на використанні системи рівнянь Максвелла з відповідними матеріальними рівняннями та граничними умовами. У припущенні низького рівня напруженості проникаючого в активну область діода НВЧ-поля (порівняно із внутрішніми електростатичними полями області просторового заряду) можна знехтувати впливом НВЧ-поля на дрейф носіїв

заряду на фоні лінійного процесу згасання хвилі в заданій області. Ідеалізовану задачу отримуємо у разі заміни фізичної області задачі модельною, що має однорідні та ізотропні властивості. В такому випадку вдається знайти аналітичні функції, які описують поведінку компонент електромагнітного поля в області Ω . Наприклад, можна говорити про поширення в такій ідеалізованій області згасаючої хвилі типу H_{01} (основна мода хвилеводу прямокутного поперечного перерізу). Така хвиля містить лише одну компоненту (у нашому випадку E_y^{ext}) вектора напруженості електричного поля, причому за фіксованого значення y в площині Ω_{\perp} значення напруженості електричного поля залежить лише від часу. За реальних умов характер поведінки електричного поля стає складнішим. Надалі пропонується розглядати H_{01} -подібні хвильові процеси, в яких структура електромагнітного поля нагадує структуру моди H_{01} . Проте тут допускається поява електричної компоненти поля E_y^{ext} , причому $E_x^{ext} \gg E_y^{ext}$, та враховується додатково залежність від координати x у приміжових зонах як наслідок неоднорідності та анізотропії середовища. Таким чином, без розв'язання електродинамічної задачі у нас з'являється попередня інформація про структуру НВЧ-хвилі в активній області p - i - n -діода.

Нехай напруженість електричного поля НВЧ-хвилі $\vec{E}^{ext} = (E_x^{ext}(x, y, z, t), E_y^{ext}(x, y, z, t), 0)$ змінюється в часі за гармонічним законом, причому

$$E_{x,y}^{ext}(x, y, z, t) = \frac{1}{2}(E_{*x,y}(x, y, z)e^{j\omega t} + E_{*x,y}^*(x, y, z)e^{-j\omega t}), \quad (1)$$

де функції $E_{*x,y}(x, y, z)$ та $E_{*x,y}^*(x, y, z)$ комплексно спряжені; величини $\sqrt{E_{*x}(x, y, z)E_x^*(x, y, z)}$, $\sqrt{E_{*y}(x, y, z)E_y^*(x, y, z)}$ визначають амплітуду коливального процесу і пропорційні енергії електромагнітної хвилі; ω – циклічна частота коливань; $j^2 = -1$. Ці функції мають зміст комплексних амплітуд та містять інформацію про початкову фазу коливального процесу.

Зосередимось на питанні про те, як зміняться провідні властивості області просторового заряду під час проникнення в неї електромагнітної хвилі. Припускаємо, що під впливом електричної компоненти НВЧ-поля E_x^{ext} , яка паралельна струму інжекції, виникають коливання носіїв заряду і завдяки їх неоднорідному розподілу в активній області у процесі коливань з'являється додатковий стаціонарний потік електронів і дірок вглиб досліджуваної області.

На процеси проходження електронно-діркового струму накладається процес коливання просторового заряду, тому розподіли концентрацій носіїв заряду у плазмі i -області пропонуємо шукати у такому вигляді:

$$n(x, y, z, t) = n^{st}(x, y, z) + \frac{1}{2}(n_*(x, y, z)e^{j\omega t} + n^*(x, y, z)e^{-j\omega t}); \quad (2)$$

$$p(x, y, z, t) = p^{st}(x, y, z) + \frac{1}{2}(p_*(x, y, z)e^{j\omega t} + p^*(x, y, z)e^{-j\omega t}),$$

де $n^{st}(x, y, z)$, $p^{st}(x, y, z)$ – стаціонарні розподіли концентрацій електронів і дірок відповідно; $n_*(x, y, z)$, $p_*(x, y, z)$ – швидкозмінні складові, які мають зміст комплексних амплітуд; $n^*(x, y, z)$, $p^*(x, y, z)$ – комплексно спряжені до $n_*(x, y, z)$, $p_*(x, y, z)$ функції.

Під час запису (2) враховано, що початкові фази коливань поля і плазми у загальному випадку не збігаються внаслідок інерційності носіїв заряду і основний внесок у коливальний процес здійснюють коливання на частоті НВЧ-поля.

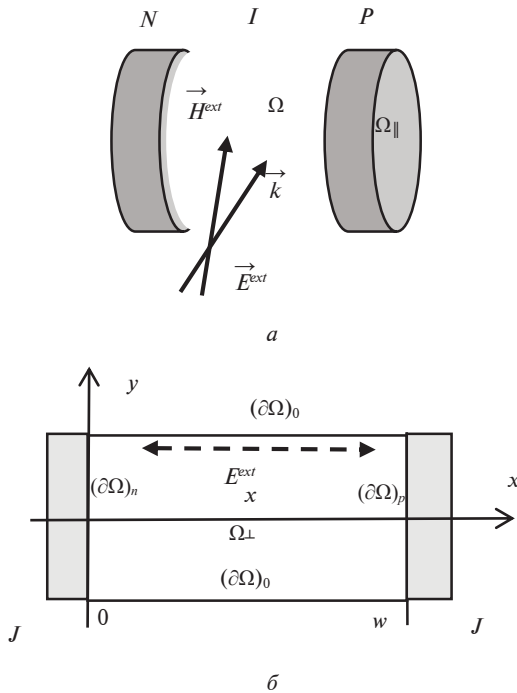


Рис 1. Схематичне зображення p - i - n -діода і проникаючої в діод НВЧ-хвилі (а); геометрія поперечного перерізу активної області (б)

На основі застосування принципу суперпозиції полів проводимо узагальнення математичної моделі електронно-діркової плазми [1–3] (записана у гідродинамічному наближенні), при цьому вважаємо, що напруженість електричної компоненти стороннього поля має такий рівень, що принцип суперпозиції не порушується. Отримуємо:

$$\begin{cases} D_n \Delta n - \mu_n \nabla \cdot (n(\nabla \varphi - \vec{E}^{ext})) - \frac{1}{\tau_n^*} n = \frac{\partial n}{\partial t}, \\ D_p \Delta p + \mu_p \nabla \cdot (p(\nabla \varphi - \vec{E}^{ext})) - \frac{1}{\tau_p^*} p = \frac{\partial p}{\partial t}, \\ \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{e} \nabla \cdot (\nabla \varphi - \vec{E}^{ext}) = -(p - n + N_I), \end{cases} \quad (3)$$

де p , n – функції розподілу концентрацій дірок і електронів; φ – функція розподілу потенціалу; τ_n^* , τ_p^* – характерний релаксаційний час життя електронів та дірок в i -області (у загальному випадку залежні від локальної концентрації електронів та дірок і визначаються певним механізмом рекомбінації носіїв заряду); $N_I = N_a - N_d$ – задана функція профілю легування (описує різницю концентрацій акцепторів і донорів в активній області); D_p , D_n – коефіцієнти дифузії, μ_p , μ_n – рухомості відповідно дірок

та електронів ($\mu_{n,p} = \frac{e}{k_B T} D_{n,p}$, де T – температура (300 К), k_B – стала Больцмана); e – заряд електрона; ε , ε_0 – відносна діелектрична проникність напівпровідника та діелектрична стала.

Граничні умови формалізуються у такому вигляді:

$$\begin{cases} \frac{\mu_n}{D_n} n(E_v^{in} + E_v^{ext}) + \frac{\partial n}{\partial v} - 2\gamma_n n \Big|_{(\partial\Omega)_n} = \frac{J}{eD_n}, \\ \frac{\mu_p}{D_p} p(E_v^{in} + E_v^{ext}) - \frac{\partial p}{\partial v} \Big|_{(\partial\Omega)_n} = 0; \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{\mu_p}{D_p} p(E_v^{in} + E_v^{ext}) - \frac{\partial p}{\partial v} - 2\gamma_p p \Big|_{(\partial\Omega)_p} = \frac{J}{eD_p}, \\ \frac{\mu_n}{D_n} n(E_v^{in} + E_v^{ext}) + \frac{\partial n}{\partial v} \Big|_{(\partial\Omega)_p} = 0; \end{cases}$$

$$\frac{\mu_n}{D_n} n(E_v^{in} + E_v^{ext}) + \frac{\partial n}{\partial v} - 2\gamma_n n \Big|_{(\partial\Omega)_0} = 0,$$

$$\frac{\mu_p}{D_p} p(E_v^{in} + E_v^{ext}) - \frac{\partial p}{\partial v} - 2\gamma_p p \Big|_{(\partial\Omega)_0} = 0,$$

де $\gamma_n = \frac{\alpha_n}{2D_n}$, $\gamma_p = \frac{\alpha_p}{2D_p}$, $\alpha_{n,p}$ – швидкості поверхневої рекомбінації відповідно електронів і дірок; \vec{v} – вектор нормалі до межі області; $\vec{E}^{in} = -\nabla\varphi$ – внутрішнє електростатичне поле активної області.

Між інжекційними контактами прикладено різницю потенціалів U :

$$\varphi|_{(\partial\Omega)_n} = 0, \quad \varphi|_{(\partial\Omega)_p} = U. \quad (5)$$

У геометричному центрі області Ω_1 задано значення амплітуди коливань напруженості електричної компоненти стороннього поля, яке проникає в активну область:

$$\begin{aligned} E_{*x}(x, y, z) \Big|_{x=\frac{w}{2}, y=0, z=0} \\ = E_x^*(x, y, z) \Big|_{x=\frac{w}{2}, y=0, z=0} = E_0^{ext}. \end{aligned} \quad (6)$$

Після застосування процедури нормування ($\tilde{x} = \frac{x}{w}$ ($0 < \tilde{x} < 1$)), $\tilde{y} = \frac{y}{w}$, $\tilde{z} = \frac{z}{w}$, $\tilde{\varphi} = \frac{e\varphi}{k_B T}$, $\tilde{U} = \frac{eU}{k_B T}$, $\tilde{E}^{ext} = \frac{e\vec{E}^{ext}}{k_B T}$, $\tilde{n} = \frac{n}{N_i}$ ($0 \leq \tilde{n} \leq \frac{n_{max}}{N_i}$), $\tilde{p} = \frac{p}{N_i}$ ($0 \leq \tilde{p} \leq \frac{p_{max}}{N_i}$), де N_i – концентрація електронів у власному напівпровіднику, залежить від обраного матеріалу напівпровідника), рівняння системи (3) набувають такого вигляду:

$$\begin{cases} \Delta n - \nabla \cdot (n(\nabla \varphi - w\vec{E}^{ext})) - A_n n = B_n \frac{\partial n}{\partial t}, \\ \Delta p + \nabla \cdot (p(\nabla \varphi - w\vec{E}^{ext})) - A_p p = B_p \frac{\partial p}{\partial t}, \\ \mu \nabla \cdot (\nabla \varphi - w\vec{E}^{ext}) = -(p - n + N_I), \end{cases} \quad (7)$$

де $\mu = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 k_B T}{e^2 w^2 N_i}$ (малий параметр задачі, $\mu \sim 10^{-6} \dots 10^{-8}$),

$$A_n = \frac{w^2}{D_n \tau_n^*}, \quad A_p = \frac{w^2}{D_p \tau_p^*}, \quad B_n = \frac{w^2}{D_n}, \quad B_p = \frac{w^2}{D_p}.$$

Для спрощення запису рівнянь знак « \sim » у (7) і наступних викладках опущено.

Підстановка (1), (2) у (7) та виконання процедури виділення стаціонарних членів і компонент, що містять множники $e^{i\omega t}$, $e^{-i\omega t}$ (описують

коливання на частоті стороннього поля), дають можливість отримати такі системи рівнянь (за умови $N_l = 0$):

$$\begin{cases} \Delta n^{st} - \nabla \cdot (n^{st} \nabla \varphi) - A_n n^{st} = -\nabla \cdot \left(\frac{w}{4} (n_* E_x^* + n^* E_{*x}) \right), \\ \Delta p^{st} + \nabla \cdot (p^{st} \nabla \varphi) - A_p p^{st} = \nabla \cdot \left(\frac{w}{4} (p_* E_x^* + p^* E_{*x}) \right), \\ \mu \Delta \varphi = -(p^{st} - n^{st}), \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \Delta n_* - \nabla \cdot (n_* \nabla \varphi) - A_n n_* - j\omega B_n n_* = -w \nabla \cdot (n^{st} E_{*x}), \\ \Delta p_* + \nabla \cdot (p_* \nabla \varphi) - A_p p_* - j\omega B_p p_* = w \nabla \cdot (p^{st} E_{*x}), \\ \mu w \nabla \cdot E_{*x} = (p_* - n_*), \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \Delta n^* - \nabla \cdot (n^* \nabla \varphi) - A_n n^* + j\omega B_n n^* = -w \nabla \cdot (n^{st} E_x^*), \\ \Delta p^* + \nabla \cdot (p^* \nabla \varphi) - A_p p^* + j\omega B_p p^* = w \nabla \cdot (p^{st} E_x^*), \\ \mu w \nabla \cdot E_x^* = (p^* - n^*). \end{cases} \quad (10)$$

Граничні умови (4)–(6) при цьому набувають вигляду:

$$\begin{aligned} \left(-n^{st} \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{w}{4} (n_* E_v^* + n^* E_{*v}) \right) + \frac{\partial n^{st}}{\partial v} - 2\gamma_n n^{st} \Big|_{(\partial \Omega)_n} \\ = \frac{J}{e D_n} \frac{w}{N_i}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\left(-p^{st} \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{w}{4} (p_* E_v^* + p^* E_{*v}) \right) - \frac{\partial p^{st}}{\partial v} \Big|_{(\partial \Omega)_n} = 0;$$

$$\begin{aligned} \left(-p^{st} \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{w}{4} (p_* E_v^* + p^* E_{*v}) \right) - \frac{\partial p^{st}}{\partial v} - 2\gamma_p p^{st} \Big|_{(\partial \Omega)_p} \\ = \frac{J}{e D_p} \frac{w}{N_i}; \end{aligned}$$

$$\left(-n^{st} \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{w}{4} (n_* E_v^* + n^* E_{*v}) \right) + \frac{\partial n^{st}}{\partial v} \Big|_{(\partial \Omega)_p} = 0;$$

$$-n_* \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial n_*}{\partial v} - 2\gamma_n w n_* + w n^{st} E_{*v} \Big|_{(\partial \Omega)_n} = 0;$$

$$-p_* \frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{\partial p_*}{\partial v} + w p^{st} E_{*v} \Big|_{(\partial \Omega)_n} = 0; \quad (12)$$

$$-p^* \frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{\partial p^*}{\partial v} - 2\gamma_p w p^* + w p^{st} E_{*v} \Big|_{(\partial \Omega)_p} = 0,$$

$$-n_* \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial n_*}{\partial v} + w n^{st} E_{*v} \Big|_{(\partial \Omega)_p} = 0,$$

$$-n^* \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial n^*}{\partial v} - 2\gamma_n w n^* + w n^{st} E_v^* \Big|_{(\partial \Omega)_n} = 0,$$

$$-p^* \frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{\partial p^*}{\partial v} + w p^{st} E_v^* \Big|_{(\partial \Omega)_n} = 0; \quad (13)$$

$$-p^* \frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{\partial p^*}{\partial v} - 2\gamma_p w p^* + w p^{st} E_v^* \Big|_{(\partial \Omega)_p} = 0,$$

$$-n^* \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial n^*}{\partial v} + w n^{st} E_v^* \Big|_{(\partial \Omega)_p} = 0;$$

$$-n^{st} \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial n^{st}}{\partial v} - 2\gamma_n w n^{st} \Big|_{(\partial \Omega)_0} = 0,$$

$$-p^{st} \frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{\partial p^{st}}{\partial v} - 2\gamma_p w p^{st} \Big|_{(\partial \Omega)_0} = 0;$$

$$-n_* \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial n_*}{\partial v} - 2\gamma_n w n_* \Big|_{(\partial \Omega)_0} = 0,$$

$$-p_* \frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{\partial p_*}{\partial v} - 2\gamma_p w p_* \Big|_{(\partial \Omega)_0} = 0;$$

$$-n^* \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial n^*}{\partial v} - 2\gamma_n w n^* \Big|_{(\partial \Omega)_0} = 0,$$

$$-p^* \frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{\partial p^*}{\partial v} - 2\gamma_p w p^* \Big|_{(\partial \Omega)_0} = 0;$$

$$\varphi \Big|_{(\partial \Omega)_n} = 0, \quad \varphi \Big|_{(\partial \Omega)_p} = U, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial v} \Big|_{(\partial \Omega)_0} = 0,$$

$$E_{*x}(x, y, z) \Big|_{x=\frac{w}{2}, y=0, z=0} = E_x^*(x, y, z) \Big|_{x=\frac{w}{2}, y=0, z=0} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} E_{n0}^{ext} \quad (14)$$

(нормоване задане значення амплітуди напруженості електричної компоненти електромагнітної хвилі пропонуємо подати у вигляді (14)).

Оскільки відстань між інжектуючими контактами значно менша від інших лінійних розмірів активної області діода ($L \gg w$), то доцільно розглядати одновимірний випадок поставленої задачі.

Метод прирежових поправок і декомпозиція задачі

Поставлена задача містить природним чином сформований малий параметр ϵ є сингулярно збуреною. Беручи до уваги те, що на структуру її розв'язку переважно впливають умови на контактних ділянках $(\partial\Omega)_n$ та $(\partial\Omega)_p$, через які здійснюється наповнення i -області носіями заряду, пропонуємо шукати розв'язок поставленої задачі аналогічно до [7–17] у вигляді таких асимптотичних рядів:

$$\begin{pmatrix} \varphi \\ n^{st} \\ p^{st} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi(x, \mu) \\ n(x, \mu) \\ p(x, \mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{(m)}(x, \mu) \\ N_{(m)}(x, \mu) \\ P_{(m)}(x, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{\Phi}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu) \\ \underline{N}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu) \\ \underline{P}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{\Phi}_{(m)}(\overline{\xi}, \mu) \\ \overline{N}_{(m)}(\overline{\xi}, \mu) \\ \overline{P}_{(m)}(\overline{\xi}, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_{\varphi(m)}(x, \mu) \\ R_{n(m)}(x, \mu) \\ R_{p(m)}(x, \mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \varphi_i(x) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i n_i(x) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i p_i(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \Phi_i(\underline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \underline{N}_i(\underline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \underline{P}_i(\underline{\xi}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \overline{\Phi}_i(\overline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \overline{N}_i(\overline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \overline{P}_i(\overline{\xi}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_{\varphi(m)}(x, \mu) \\ R_{n(m)}(x, \mu) \\ R_{p(m)}(x, \mu) \end{pmatrix}; \quad (15)$$

$$\begin{pmatrix} E_{*x} \\ E_x^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_*(x, \mu) \\ E^*(x, \mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_*(x, \mu) \\ \mathcal{E}^*(x, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{E}_*(\underline{\xi}, \mu) \\ \underline{E}^*(\underline{\xi}, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{E}_*(\overline{\xi}, \mu) \\ \overline{E}^*(\overline{\xi}, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_{E_*(m)}(x, \mu) \\ R_{E^*(m)}(x, \mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i E_{*i}(x) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i E_i^*(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^m \sqrt{\mu}^i \underline{E}_{*i}(\underline{\xi}) \\ \sum_{i=1}^m \sqrt{\mu}^i \underline{E}_i^*(\underline{\xi}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^m \sqrt{\mu}^i \overline{E}_{*i}(\overline{\xi}) \\ \sum_{i=1}^m \sqrt{\mu}^i \overline{E}_i^*(\overline{\xi}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_{E_*(m)}(x, \mu) \\ R_{E^*(m)}(x, \mu) \end{pmatrix}; \quad (16)$$

$$\begin{pmatrix} n_* \\ n^* \\ p_* \\ p^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_*(x, \mu) \\ n^*(x, \mu) \\ p_*(x, \mu) \\ p^*(x, \mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{*(m)}(x, \mu) \\ N_{*(m)}^*(x, \mu) \\ P_{*(m)}(x, \mu) \\ P_{*(m)}^*(x, \mu) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{N}_{*(m)}(\underline{\xi}, \mu) \\ \underline{N}_{*(m)}^*(\underline{\xi}, \mu) \\ \underline{P}_{*(m)}(\underline{\xi}, \mu) \\ \underline{P}_{*(m)}^*(\underline{\xi}, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{N}_{*(m)}(\overline{\xi}, \mu) \\ \overline{N}_{*(m)}^*(\overline{\xi}, \mu) \\ \overline{P}_{*(m)}(\overline{\xi}, \mu) \\ \overline{P}_{*(m)}^*(\overline{\xi}, \mu) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_{n_*(m)}(x, \mu) \\ R_{n^*(m)}(x, \mu) \\ R_{p_*(m)}(x, \mu) \\ R_{p^*(m)}(x, \mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i N_{*i}(x) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i N_{*i}^*(x) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i P_{*i}(x) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i P_{*i}^*(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \underline{N}_{*i}(\underline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \underline{N}_{*i}^*(\underline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \underline{P}_{*i}(\underline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \underline{P}_{*i}^*(\underline{\xi}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \overline{N}_{*i}(\overline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \overline{N}_{*i}^*(\overline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \overline{P}_{*i}(\overline{\xi}) \\ \sum_{i=0}^m \sqrt{\mu}^i \overline{P}_{*i}^*(\overline{\xi}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_{n_*(m)}(x, \mu) \\ R_{n^*(m)}(x, \mu) \\ R_{p_*(m)}(x, \mu) \\ R_{p^*(m)}(x, \mu) \end{pmatrix},$$

де $\Phi_{(m)}(x, \mu)$, $N_{(m)}(x, \mu)$, $P_{(m)}(x, \mu)$, $\mathcal{E}_*(x, \mu)$, $\mathcal{E}^*(x, \mu)$, $N_{*(m)}(x, \mu)$, $N_{*(m)}^*(x, \mu)$, $P_{*(m)}(x, \mu)$, $P_{*(m)}^*(x, \mu)$ – регулярні частини асимптотик; $\underline{\Phi}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu)$, $\underline{N}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu)$, $\underline{P}_{(m)}(\underline{\xi}, \mu)$, $\overline{\Phi}_{(m)}(\overline{\xi}, \mu)$, $\overline{N}_{(m)}(\overline{\xi}, \mu)$, $\overline{P}_{(m)}(\overline{\xi}, \mu)$, $\underline{E}_*(\underline{\xi}, \mu)$, $\underline{E}^*(\underline{\xi}, \mu)$, $\overline{E}_*(\overline{\xi}, \mu)$, $\overline{E}^*(\overline{\xi}, \mu)$, $\underline{N}_{*(m)}(\underline{\xi}, \mu)$, $\underline{N}_{*(m)}^*(\underline{\xi}, \mu)$, $\underline{P}_{*(m)}(\underline{\xi}, \mu)$, $\underline{P}_{*(m)}^*(\underline{\xi}, \mu)$, $\overline{N}_{*(m)}(\overline{\xi}, \mu)$, $\overline{N}_{*(m)}^*(\overline{\xi}, \mu)$, $\overline{P}_{*(m)}(\overline{\xi}, \mu)$, $\overline{P}_{*(m)}^*(\overline{\xi}, \mu)$ – прирежові поправки асимптотик, відповідно, в околах точок $x = 0$ та $x = 1$ ($\underline{\xi} = \frac{x}{\sqrt{\mu}}$, $\overline{\xi} = \frac{1-x}{\sqrt{\mu}}$ – регуляризуючі розтяги); $R_{\varphi(m)}(x, \mu)$, $R_{n(m)}(x, \mu)$, $R_{p(m)}(x, \mu)$, $R_{E_*(m)}(x, \mu)$, $R_{E^*(m)}(x, \mu)$, $R_{n_*(m)}(x, \mu)$, $R_{n^*(m)}(x, \mu)$, $R_{p_*(m)}(x, \mu)$, $R_{p^*(m)}(x, \mu)$ – залишкові члени.

Після підстановки (15)–(17) у рівняння і граничні умови (8)–(14), що записані у одновимірному випадку, та групування відповідних доданків у степеневих рядах для кожної із незалежних змінних $x, \underline{\xi}, \overline{\xi}$ отримуємо такі задачі

для пошуку головних членів регулярних частин асимптотик (відповідно, для стаціонарних та швидкозмінних компонент):

$$\begin{cases} n_0'' - (n_0 \varphi_0')' - A_n n_0 = -\left(\frac{w}{4}(n_{*0} E_0^* + n_0^* E_{*0})\right)', \\ p_0'' + (p_0 \varphi_0')' - A_p p_0 = \left(\frac{w}{4}(p_{*0} E_0^* + p_0^* E_{*0})\right)', \\ n_0 = p_0, \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} n_0' - n_0 \varphi_0' - 2\gamma_n w n_0 + \frac{w}{4}(n_{*0} E_0^* + n_0^* E_{*0}) \Big|_{x=0} &= \frac{wJ}{eD_n N_i}, \\ -p_0' - p_0 \varphi_0' + \frac{w}{4}(p_{*0} E_0^* + p_0^* E_{*0}) \Big|_{x=0} &= 0; \\ -p_0' - p_0 \varphi_0' - 2\gamma_p w p_0 + \frac{w}{4}(p_{*0} E_0^* + p_0^* E_{*0}) \Big|_{x=1} &= \frac{wJ}{eD_p N_i}, \\ n_0' - n_0 \varphi_0' + \frac{w}{4}(n_{*0} E_0^* + n_0^* E_{*0}) \Big|_{x=1} &= 0. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} n_{*0}'' - (n_{*0} \varphi_0')' - A_n n_{*0} - j\omega B_n n_{*0} = -w(n_0 E_{*0})', \\ p_{*0}'' + (p_{*0} \varphi_0')' - A_p p_{*0} - j\omega B_p p_{*0} = w(p_0 E_{*0})', \\ p_{*0} = n_{*0}, \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} n_{*0}' - n_{*0} \varphi_0' - 2\gamma_n w n_{*0} + w n_0 E_{*0} \Big|_{x=0} &= 0, \\ -p_{*0}' - p_{*0} \varphi_0' + w p_0 E_{*0} \Big|_{x=0} &= 0; \\ -p_{*0}' - p_{*0} \varphi_0' - 2\gamma_p w p_{*0} + w p_0 E_{*0} \Big|_{x=1} &= 0, \\ n_{*0}' - n_{*0} \varphi_0' + w n_0 E_{*0} \Big|_{x=1} &= 0. \end{aligned}$$

Аналогічним чином отримуємо задачі для пошуку головних членів примезових поправок (стаціонарних та швидкозмінних). Отримуємо:

$$\frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \xi^2} = -(\underline{P}_0 - \underline{N}_0);$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \underline{N}_0}{\partial \xi^2} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\underline{N}_0 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \right) - n_0(0) \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \xi^2} \\ = -\frac{w}{4} \left(n_{*0}(0) \frac{\partial \underline{E}_{*-1}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{N}_{*0} \underline{E}_{*-1}) \right) \end{aligned}$$

$$+ n_0^*(0) \frac{\partial \underline{E}_{*-1}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{N}_0^* \underline{E}_{*-1});$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \underline{P}_0}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\underline{P}_0 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \right) + p_0(0) \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \xi^2} \\ = \frac{w}{4} \left(p_{*0}(0) \frac{\partial \underline{E}_{*-1}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{P}_{*0} \underline{E}_{*-1}) \right) \\ + p_0^*(0) \frac{\partial \underline{E}_{*-1}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{P}_0^* \underline{E}_{*-1}). \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{N}_0}{\partial \xi} - \underline{N}_0 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} - n_0(0) \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \\ = -\frac{w}{4} \left((n_{*0}(0) + \underline{N}_{*0}) \underline{E}_{*-1} + (n_0^*(0) + \underline{N}_0^*) \underline{E}_{*-1} \right), \\ \lim_{\xi \rightarrow \infty} \underline{N}_0(\xi) = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \underline{P}_0}{\partial \xi} - \underline{P}_0 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} - p_0(0) \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \\ = -\frac{w}{4} \left((p_{*0}(0) + \underline{P}_{*0}) \underline{E}_{*-1} + (p_0^*(0) + \underline{P}_0^*) \underline{E}_{*-1} \right), \\ \lim_{\xi \rightarrow \infty} \underline{P}_0(\xi) = 0; \end{aligned}$$

$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \Phi_0(\xi) = 0$, $\varphi_0 + \Phi_0 \Big|_{\xi=0} = 0$ (зауважимо, що аналогічна умова на межі $\bar{\xi} = 0$ має вигляд $\varphi_0 + \bar{\Phi}_0 \Big|_{\bar{\xi}=0} = U$).

$$w \frac{\partial \underline{E}_{*-1}}{\partial \xi} = \underline{P}_{*0} - \underline{N}_{*0}; \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \underline{N}_{*0}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\underline{N}_{*0} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \right) - n_{*0}(0) \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \xi^2} \\ = -w \left(n_0(0) \frac{\partial \underline{E}_{*-1}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{N}_0 \underline{E}_{*-1}) \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \underline{P}_{*0}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\underline{P}_{*0} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \right) + p_{*0}(0) \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \xi^2} \\ = w \left(p_0(0) \frac{\partial \underline{E}_{*-1}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{P}_0 \underline{E}_{*-1}) \right). \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_{*0}}{\partial \xi} - N_{*0} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} - n_{*0}(0) \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} &= 0, \\ + w(n_0(0) \underline{E}_{*1} + N_0 \underline{E}_{*1}) \Big|_{\xi=0} & \\ \lim_{\xi \rightarrow \infty} N_{*0}(\xi) &= 0; \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_{*0}}{\partial \xi} + P_{*0} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} + p_{*0}(0) \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} &= 0, \\ -w(p_0(0) \underline{E}_{*1} + P_0 \underline{E}_{*1}) \Big|_{\xi=0} & \\ \lim_{\xi \rightarrow \infty} P_{*0}(\xi) = 0, \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} \underline{E}_{*1}(\xi) &= E_{n0}^{ext}. \end{aligned}$$

Розглянемо постановки задач для пошуку перших членів асимптотик. Відповідні регулярні члени асимптотик отримуємо у результаті розв'язання таких задач:

$$\left\{ \begin{aligned} n_1'' - (n_0 \Phi_1')' - (n_1 \Phi_0')' - A_n n_1 \\ = - \left(\frac{w}{4} (n_{*0} E_1^* + n_{*1} E_0^* + n_0^* E_{*1} + n_1^* E_{*0}) \right)', \\ p_1'' + (p_0 \Phi_1')' + (p_1 \Phi_0')' - A_p p_1 \\ = \left(\frac{w}{4} (p_{*0} E_1^* + p_{*1} E_0^* + p_0^* E_{*1} + p_1^* E_{*0}) \right)', \\ n_1 = p_1, \end{aligned} \right. \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & n_1' - (n_0 \Phi_1') - (n_1 \Phi_0') - 2\gamma_n w n_1 \Big|_{x=0} \\ &= - \frac{w}{4} (n_{*0} E_1^* + n_{*1} E_0^* + n_0^* E_{*1} + n_1^* E_{*0}); \\ & p_1' + (p_0 \Phi_1') + (p_1 \Phi_0') \Big|_{x=0} \\ &= \frac{w}{4} (p_{*0} E_1^* + p_{*1} E_0^* + p_0^* E_{*1} + p_1^* E_{*0}); \\ & n_1' - (n_0 \Phi_1') - (n_1 \Phi_0') \Big|_{x=1} \\ &= - \frac{w}{4} (n_{*0} E_1^* + n_{*1} E_0^* + n_0^* E_{*1} + n_1^* E_{*0}); \\ & p_1' + (p_0 \Phi_1') + (p_1 \Phi_0') + 2\gamma_p w p_1 \Big|_{x=1} \\ &= \frac{w}{4} (p_{*0} E_1^* + p_{*1} E_0^* + p_0^* E_{*1} + p_1^* E_{*0}). \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} n_1'' - (n_{*0} \Phi_1')' - (n_{*1} \Phi_0')' - (A_n + j\omega B_n) n_{*1} \\ = -w(n_0 E_{*1} + n_1 E_{*0})', \\ p_1'' + (p_{*0} \Phi_1')' + (p_{*1} \Phi_0')' - (A_p + j\omega B_p) p_{*1} \\ = w(p_0 E_{*1} + p_1 E_{*0})', \\ p_{*1} = n_{*1}, \end{aligned} \right. \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & n_1' - (n_{*0} \Phi_1') - (n_{*1} \Phi_0') - 2\gamma_n w n_{*1} + w(n_0 E_{*1} + n_1 E_{*0}) \Big|_{x=0} = 0; \\ & p_1' + (p_{*0} \Phi_1') + (p_{*1} \Phi_0') - w(p_0 E_{*1} + p_1 E_{*0}) \Big|_{x=0} = 0; \\ & n_1' - (n_{*0} \Phi_1') - (n_{*1} \Phi_0') + w(n_0 E_{*1} + n_1 E_{*0}) \Big|_{x=1} = 0; \\ & p_1' + (p_{*0} \Phi_1') + (p_{*1} \Phi_0') + 2\gamma_p w p_{*1} - w(p_0 E_{*1} + p_1 E_{*0}) \Big|_{x=1} = 0. \end{aligned}$$

Задачі для пошуку відповідних примезових функцій мають такий вигляд (постановки задач записані на межі $x = 0$):

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} = -(\underline{P}_1 - \underline{N}_1); \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 N_1}{\partial \xi^2} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(N_0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(N_1 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \right) - n_0(0) \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} \\ &= \frac{dn_0}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} + n_1(0) \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \xi^2} + \frac{d\varphi_0}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial N_0}{\partial \xi} \\ &- \frac{w}{4} \left(n_0' \Big|_{x=0} \underline{E}_{*1} + n_{*0}(0) \frac{\partial \underline{E}_0^*}{\partial \xi} + n_{*1}(0) \frac{\partial \underline{E}_{*1}^*}{\partial \xi} \right. \\ & \left. + \frac{\partial N_{*0}}{\partial \xi} E_0^* + \frac{\partial}{\partial \xi} (N_{*0} \underline{E}_0^*) + \frac{\partial}{\partial \xi} (N_{*1} \underline{E}_{*1}^*) \right) \\ &- \frac{w}{4} \left(n_0^* \Big|_{x=0} \underline{E}_{*1} + n_0(0) \frac{\partial \underline{E}_{*0}}{\partial \xi} + n_1^*(0) \frac{\partial \underline{E}_{*1}}{\partial \xi} \right. \\ & \left. + \frac{\partial N_0^*}{\partial \xi} E_{*0} + \frac{\partial}{\partial \xi} (N_0^* \underline{E}_{*0}) + \frac{\partial}{\partial \xi} (N_1^* \underline{E}_{*1}) \right); \\ & \frac{\partial^2 P_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(P_0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(P_1 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \right) + p_0(0) \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} \\ &= - \frac{dp_0}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} - p_1(0) \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \xi^2} - \frac{d\varphi_0}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial P_0}{\partial \xi} \\ &+ \frac{w}{4} \left(p_0' \Big|_{x=0} \underline{E}_{*1} + p_{*0}(0) \frac{\partial \underline{E}_0^*}{\partial \xi} + p_{*1}(0) \frac{\partial \underline{E}_{*1}^*}{\partial \xi} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\partial \underline{P}_{*0}}{\partial \underline{\xi}} \underline{E}_0^* + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{P}_{*0} \underline{E}_0^*) + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{P}_{*1} \underline{E}_{*1}^*) \\
 & + \frac{w}{4} \left(p_0^* \Big|_{x=0} \underline{E}_{*1} + p_0^* (0) \frac{\partial \underline{E}_{*0}}{\partial \underline{\xi}} + p_1^* (0) \frac{\partial \underline{E}_{*1}}{\partial \underline{\xi}} \right. \\
 & \left. + \frac{\partial \underline{P}_0^*}{\partial \underline{\xi}} \underline{E}_{*0} + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{P}_0^* \underline{E}_{*0}) + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{P}_1^* \underline{E}_{*1}) \right) \\
 & \left. \frac{\partial \underline{N}_1}{\partial \underline{\xi}} - \underline{N}_0 \frac{\partial \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}} - \underline{N}_1 \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} - n_0 (0) \frac{\partial \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} \\
 & - n_1 (0) \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} - \underline{N}_0 \varphi_0 \Big|_{x=0} - 2\gamma_n w \underline{N}_0 \Big|_{\underline{\xi}=0} \\
 = & - \frac{w}{4} (n_{*0} (0) \underline{E}_0^* + n_{*1} (0) \underline{E}_{*1}^* + \underline{N}_{*0} \underline{E}_0^* + \underline{N}_{*0} \underline{E}_0^* + \underline{N}_{*1} \underline{E}_{*1}^*) \\
 & - \frac{w}{4} (n_0^* (0) \underline{E}_{*0} + n_1^* (0) \underline{E}_{*1} + \underline{N}_0^* \underline{E}_{*0} + \underline{N}_0^* \underline{E}_{*0} + \underline{N}_1^* \underline{E}_{*1}),
 \end{aligned}$$

$$\lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{N}_1 (\underline{\xi}) = 0;$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \frac{\partial \underline{P}_1}{\partial \underline{\xi}} + \underline{P}_0 \frac{\partial \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}} + \underline{P}_1 \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} + p_0 (0) \frac{\partial \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} \\
 & + p_1 (0) \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} + \underline{P}_0 \varphi_0 \Big|_{x=0} \Big|_{\underline{\xi}=0} \\
 = & \frac{w}{4} (p_{*0} (0) \underline{E}_0^* + p_{*1} (0) \underline{E}_{*1}^* + \underline{P}_{*0} \underline{E}_0^* + \underline{P}_{*0} \underline{E}_0^* + \underline{P}_{*1} \underline{E}_{*1}^*) \\
 & + \frac{w}{4} (p_0^* (0) \underline{E}_{*0} + p_1^* (0) \underline{E}_{*1} + \underline{P}_0^* \underline{E}_{*0} \\
 & + \underline{P}_0^* \underline{E}_{*0} + \underline{P}_1^* \underline{E}_{*1}), \quad \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{P}_1 (\underline{\xi}) = 0;
 \end{aligned}$$

$$\varphi_1 + \underline{\Phi}_1 \Big|_{\underline{\xi}=0} = 0 \quad \left(\varphi_1 + \overline{\Phi}_1 \Big|_{\underline{\xi}=0} = 0 \right), \quad \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{\Phi}_1 (\underline{\xi}) = 0.$$

$$w \frac{\partial \underline{E}_{*0}}{\partial \underline{\xi}} = \underline{P}_{*1} - \underline{N}_{*1}; \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 \underline{N}_{*1}}{\partial \underline{\xi}^2} - \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} \left(\underline{N}_{*0} \frac{\partial \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}} \right) - \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} \left(\underline{N}_{*1} \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} \right) - n_{*0} (0) \frac{\partial^2 \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}^2} \\
 & = \frac{dn_{*0}}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} + n_{*1} (0) \frac{\partial^2 \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}^2} + \frac{d\varphi_0}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial \underline{N}_{*0}}{\partial \underline{\xi}} \\
 & - w \left(n_0' \Big|_{x=0} \underline{E}_{*1} + n_0 (0) \frac{\partial \underline{E}_{*0}}{\partial \underline{\xi}} + n_1 (0) \frac{\partial \underline{E}_{*1}}{\partial \underline{\xi}} \right. \\
 & \left. + \frac{\partial \underline{N}_0}{\partial \underline{\xi}} \underline{E}_{*0} + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{N}_0 \underline{E}_{*0}) + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{N}_1 \underline{E}_{*1}) \right);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 \underline{P}_{*1}}{\partial \underline{\xi}^2} + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} \left(\underline{P}_{*0} \frac{\partial \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}} \right) + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} \left(\underline{P}_{*1} \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} \right) + p_{*0} (0) \frac{\partial^2 \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}^2} \\
 & = - \frac{dp_{*0}}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} - p_{*1} (0) \frac{\partial^2 \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}^2} - \frac{d\varphi_0}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial \underline{P}_{*0}}{\partial \underline{\xi}} \\
 & + w \left(p_0' \Big|_{x=0} \underline{E}_{*1} + p_0 (0) \frac{\partial \underline{E}_{*0}}{\partial \underline{\xi}} + p_1 (0) \frac{\partial \underline{E}_{*1}}{\partial \underline{\xi}} \right. \\
 & \left. + \frac{\partial \underline{P}_0}{\partial \underline{\xi}} \underline{E}_{*0} + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{P}_0 \underline{E}_{*0}) + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{P}_1 \underline{E}_{*1}) \right) \\
 & \left. \frac{\partial \underline{N}_{*1}}{\partial \underline{\xi}} - \underline{N}_{*0} \frac{\partial \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}} - \underline{N}_{*1} \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} - n_{*0} (0) \frac{\partial \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} \\
 & - n_{*1} (0) \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} - \underline{N}_{*0} \varphi_0 \Big|_{x=0} - 2\gamma_n w \underline{N}_{*0} \Big|_{\underline{\xi}=0} \\
 = & - w (n_0 (0) \underline{E}_{*0} + n_1 (0) \underline{E}_{*1} + \underline{N}_0 \underline{E}_{*0} + \underline{N}_0 \underline{E}_{*0} + \underline{N}_1 \underline{E}_{*1}),
 \end{aligned}$$

$$\lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{N}_{*1} (\underline{\xi}) = 0;$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \frac{\partial \underline{P}_{*1}}{\partial \underline{\xi}} + \underline{P}_{*0} \frac{\partial \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}} + \underline{P}_{*1} \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} + p_{*0} (0) \frac{\partial \underline{\Phi}_1}{\partial \underline{\xi}} \right|_{\underline{\xi}=0} \\
 & + p_{*1} (0) \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} + \underline{P}_{*0} \varphi_0 \Big|_{x=0} \Big|_{\underline{\xi}=0} \\
 = & w (p_0 (0) \underline{E}_{*0} + p_1 (0) \underline{E}_{*1} + \underline{P}_0 \underline{E}_{*0} + \underline{P}_0 \underline{E}_{*0} + \underline{P}_1 \underline{E}_{*1}), \\
 & \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{P}_{*1} (\underline{\xi}) = 0; \\
 & \underline{E}_{*0} (\underline{\xi}) \Big|_{\underline{\xi}=0} = 0, \quad \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{E}_{*0} (\underline{\xi}) = 0.
 \end{aligned}$$

Зауважимо, що постановки задач для пошуку комплексно спряжених амплітуд аналогічні постановкам задач (19), (21), (23), (25) для пошуку комплексних амплітуд коливальних процесів. Також алогічно до (20)–(21), (24)–(25) здійснюємо постановку задач для пошуку членів примежових поправок в околі точки $x = 1$.

Постановки задач для пошуку других і наступних членів асимптотик мають вигляд аналогічний до (22)–(25).

Алгоритм синтезу асимптотик

Задача (18) для пошуку регулярних нульових членів асимптотик за допомогою виключення із системи рівнянь функції потенціалу та з урахуванням рівностей $p_{*0} = n_{*0}$, $p_0^* = n_0^*$

((19) і аналогічно для комплексно спряжених) зводиться до такого вигляду:

$$n_0'' - \frac{(A_n + A_p)}{2} n_0 = 0; \quad (26)$$

$$n_0' - \gamma_n w n_0 \Big|_{x=0} = \frac{wJ}{2eD_n N_i}, \quad n_0' + \gamma_p w n_0 \Big|_{x=1} = -\frac{wJ}{2eD_p N_i}.$$

Зауважимо, що постановка задачі (18) є подібною до класичної постановки задачі амбіполярної дифузії [1, 3]. Відмінності – рівняння неперервності струмів у постановці (18) неоднорідні; умова строгої рівності концентрацій на відміну від наближеної рівності у класичній постановці. На цьому рівні аналізу ефект впливу зовнішнього височастотного електричного поля, який характеризується появою додаткового потоку заряджених частинок вглиб активної області, не проявляється – у модельній задачі відсутні елементи, що характеризують зазначений ефект і залежать від характеристик зовнішнього поля (величини напруженості поля та частоти). Причина цього – рівність концентрацій носіїв заряду у досліджуваній області (електронейтральність електронно-діркової плазми).

Задача (19) для пошуку нульових членів регулярної частини асимптотики швидкозмінних компонент концентрацій носіїв заряду приводиться до вигляду (27):

$$n_{*0}'' - \left[\frac{(A_n + A_p)}{2} + j\omega \frac{(B_n + B_p)}{2} \right] n_{*0} = 0; \quad (27)$$

$$n_{*0}' - \gamma_n w n_{*0} \Big|_{x=0} = 0, \quad n_{*0}' + \gamma_p w n_{*0} \Big|_{x=1} = 0.$$

Ця крайова задача є однотипною із (26).

Задачу для пошуку основних членів примежових поправок (21) на межі $x = 0$ перепишемо з урахуванням даних про те, що примежові поправки за концентрацією дірок відсутні ($\underline{P}_0 = \underline{P}_{*0} = \underline{P}_0^* = 0$) [13, 14] (на границі $x = 1$ викладки аналогічні за умови, що тут відсутні примежові поправки за концентрацією електронів). Отримуємо:

$$w \frac{\partial \underline{E}_{*,-1}}{\partial \underline{\xi}} = -\underline{N}_{*0}; \quad (28)$$

$$\frac{\partial \underline{N}_{*0}}{\partial \underline{\xi}} - \underline{N}_{*0} \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} = -w(\underline{N}_0 \underline{E}_{*,-1});$$

$$\frac{\partial \underline{N}_{*0}}{\partial \underline{\xi}} - \underline{N}_{*0} \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} + w \underline{N}_0 \underline{E}_{*,-1} \Big|_{\underline{\xi}=0} = 0, \quad \underline{E}_{*,-1} \Big|_{\underline{\xi}=0} = 0$$

(записано з фізичних міркувань), за додаткових умов $\lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{N}_{*0}(\underline{\xi}) = 0$, $\lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{E}_{*,-1}(\underline{\xi}) = E_{n0}^{ext}$.

Задачу (20) переписуємо з урахуванням результатів розв'язання (26), (27). Також скористаємось замінами $\underline{N}_0 = \underline{N}_0 + n_0(0)$, $\underline{P}_0 = \underline{P}_0 + p_0(0)$ аналогічно до [13, 14]. Отримуємо систему рівнянь такого вигляду:

$$\frac{\partial^2 \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}^2} = -(\underline{P}_0 - \underline{N}_0); \quad (29)$$

$$\frac{\partial^2 \underline{N}_0}{\partial \underline{\xi}^2} - \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} \left(\underline{N}_0 \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} \right) = -\frac{w}{4} \left(\frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{N}_{*0} \underline{E}_{*,-1}^*) + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{N}_0^* \underline{E}_{*,-1}) \right);$$

$$\frac{\partial^2 \underline{P}_0}{\partial \underline{\xi}^2} + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} \left(\underline{P}_0 \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} \right) = \frac{w}{4} \left(\frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{P}_{*0} \underline{E}_{*,-1}^*) + \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} (\underline{P}_0^* \underline{E}_{*,-1}) \right)$$

з такими граничними умовами:

$$\frac{\partial \underline{N}_0}{\partial \underline{\xi}} - \underline{N}_0 \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} \Big|_{\underline{\xi}=0} = -\frac{w}{4} (\underline{N}_{*0} \underline{E}_{*,-1}^* + \underline{N}_0^* \underline{E}_{*,-1});$$

$$\lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{N}_0(\underline{\xi}) = n_0(0);$$

$$\frac{\partial \underline{P}_0}{\partial \underline{\xi}} + \underline{P}_0 \frac{\partial \underline{\Phi}_0}{\partial \underline{\xi}} \Big|_{\underline{\xi}=0} = \frac{w}{4} (\underline{P}_{*0} \underline{E}_{*,-1}^* + \underline{P}_0^* \underline{E}_{*,-1});$$

$$\lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \underline{P}_0(\underline{\xi}) = p_0(0),$$

$$\lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \frac{\partial \underline{\Phi}_0(\underline{\xi})}{\partial \underline{\xi}} = \lim_{\underline{\xi} \rightarrow \infty} \frac{\partial \bar{\Phi}_0(\bar{\xi})}{\partial \bar{\xi}} = E^\infty(U) \quad - \quad \text{стала,}$$

що має зміст напруженості електростатичного поля у глибині досліджуваної області; $\Phi_0 + \underline{\Phi}_0 \Big|_{\underline{\xi}=0} = 0$ (зауважимо, що аналогічна умова на межі $\bar{\xi} = 0$ має вигляд $\Phi_0 + \bar{\Phi}_0 \Big|_{\bar{\xi}=0} = U$).

Значення сталої $E^\infty(U)$ визначають з умови $\int_0^\infty \underline{\Pi}_0(\underline{\xi}) d\underline{\xi} + \int_0^\infty \bar{\Pi}_0(\bar{\xi}) d\bar{\xi} = U$.

Сумісне розв'язання крайових задач (28), відповідної комплексно спряженої до (28) та (29) під час використання заміни $\frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} = -\Pi_0$ приводить до постановки такої задачі:

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_{*1}}{\partial \xi^2} + \Pi_0 \frac{\partial \underline{E}_{*1}}{\partial \xi} - \underline{N}_0 \underline{E}_{*1} = 0; \quad (30)$$

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_{-1}^*}{\partial \xi^2} + \Pi_0 \frac{\partial \underline{E}_{-1}^*}{\partial \xi} - \underline{N}_0 \underline{E}_{-1}^* = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_0}{\partial \xi} = -\underline{N}_0;$$

$$\frac{\partial^2 \underline{N}_0}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{N}_0 \Pi_0) = \frac{w^2}{4} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} |\underline{E}_{-1}|^2,$$

де $|\underline{E}_{-1}|^2 = \underline{E}_{*1} \underline{E}_{-1}^*$; $\left. \frac{\partial \underline{N}_0}{\partial \xi} + (\underline{N}_0 \Pi_0) \right|_{\xi=0} = 0$;

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \underline{N}_0(\xi) = n_0(\infty); \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} \Pi_0 = E^\infty(U), \quad \underline{E}_{*1}|_{\xi=0} = 0;$$

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \underline{E}_{*1}(\xi) = E_{n0}^{ext} \underline{E}_{-1}^*|_{\xi=0} = 0; \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} \underline{E}_{-1}^*(\xi) = E_{n0}^{ext}.$$

За нульової правої частини у четвертому рівнянні системи (30) (складової зовнішнього швидкозмінного поля немає) отримуємо постановку відомої задачі [13, 14], яка має аналітичний розв'язок. Тут функцію $|\underline{E}_{-1}|^2$ визначають у результаті розв'язання першого і другого рівнянь системи (30). Отримуємо основні члени регулярної та примежової частин стаціонарних асимптотик, які частково збігаються із розв'язком задачі, що подано у роботах [13, 14]. Для головних членів регулярної частини асимптотики швидкозмінних компонент шуканих функцій отримуємо тривіальні розв'язки (для відповідного набору вхідних даних). Зазначимо, що оскільки $|\underline{E}_{-1}|^2 \neq 0$, то головні члени примежових поправок шуканих функцій залежать від зовнішнього високочастотного електричного поля.

Розглянемо задачі (22)–(25) для визначення перших членів асимптотик. Задачі (22), (23) для регулярних частин асимптотик набувають такого вигляду:

$$n_1'' - \frac{(A_n + A_p)}{2} n_1 = 0; \quad (31)$$

$$n_1' - \gamma_n w n_1|_{x=0} = 0, \quad n_1' + \gamma_p w n_1|_{x=1} = 0.$$

$$n_{*1}'' - \left[\frac{(A_n + A_p)}{2} + i\omega \frac{(B_n + B_p)}{2} \right] n_{*1} = 0; \quad (32)$$

$$n_{*1}' - \gamma_n w n_{*1}|_{x=0} = 0, \quad n_{*1}' + \gamma_p w n_{*1}|_{x=1} = 0.$$

Очевидно, що розв'язки задач (31), (32) тривіальні за відповідних вхідних даних. Примежові поправки знаходимо в результаті розв'язання задач (24), (25) і аналогічних їм, що записані для межі $x = 1$, які набувають такого вигляду:

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} = \underline{N}_1; \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \underline{N}_1}{\partial \xi^2} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\underline{N}_0 + n_0(0)) \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\underline{N}_1 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \right) \\ = \frac{dn_0}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} + \frac{d\varphi_0}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial \underline{N}_0}{\partial \xi} \\ - \frac{w}{4} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{N}_{*0} \underline{E}_0^*) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{N}_{*1} \underline{E}_{*1}^*) \right) \\ - \frac{w}{4} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{N}_0^* \underline{E}_{*0}) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{N}_1^* \underline{E}_{*1}) \right); \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \underline{N}_1}{\partial \xi} - (\underline{N}_0 + n_0(0)) \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} - \underline{N}_1 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} - \underline{N}_0 \varphi_0' \Big|_{x=0} - 2\gamma_n w \underline{N}_0 \Big|_{\xi=0}$$

$$= -\frac{w}{4} (\underline{N}_{*0} \underline{E}_0^* + \underline{N}_{*1} \underline{E}_{*1}^*) - \frac{w}{4} (\underline{N}_0^* \underline{E}_{*0} + \underline{N}_1^* \underline{E}_{*1}),$$

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \underline{N}_1(\xi) = 0;$$

$$\varphi_1 + \Phi_1|_{\xi=0} = 0 \quad (\varphi_1 + \bar{\Phi}_1|_{\xi=0} = 0), \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} \Phi_1(\xi) = 0.$$

$$w \frac{\partial \underline{E}_{*0}}{\partial \xi} = -\underline{N}_{*1}; \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \underline{N}_{*1}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\underline{N}_{*0} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\underline{N}_{*1} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} \right) \\ + \frac{d\varphi_0}{dx} \Big|_{x=0} \frac{\partial \underline{N}_{*0}}{\partial \xi} - w \left(n_0' \Big|_{x=0} \underline{E}_{*1} + n_0(0) \frac{\partial \underline{E}_{*0}}{\partial \xi} \right) \\ + \frac{\partial \underline{N}_0}{\partial \xi} \underline{E}_{*0} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{N}_0 \underline{E}_{*0}) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\underline{N}_1 \underline{E}_{*1}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \frac{\partial N_{*1}}{\partial \xi} - N_{*0} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} - N_{*1} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} - N_{*0} \Phi_0' \right|_{x=0} - 2\gamma_n w N_{*0} \Big|_{\xi=0} \\ & = -w \left(n_0(0) E_{*0} + N_0 E_{*0} + N_0 E_{*0} + N_1 E_{*1} \right), \\ & \lim_{\xi \rightarrow \infty} N_{*1}(\xi) = 0; \\ & E_{*0}(\xi) \Big|_{\xi=0} = 0, \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} E_{*0}(\xi) = 0. \end{aligned}$$

Задачі (33) і (34) містять компоненти, які враховують вплив зовнішнього високочастотного поля. Вони аналогічні до задач, що розглядалися у роботі [13, 14], але відповідні рівняння систем є неоднорідними. Неоднорідні члени описують додатковий стаціонарний потік носіїв заряду вглиб активної області передусім за рахунок наявності градієнтів концентрації носіїв заряду у досліджуваній області. Компоненти концентрацій просторового заряду N_{*1} , N_1 , P_{*1} , P_1 описують коливання плазми, причому коливання примежових концентрацій відбуваються у фазі із коливанням стороннього електричного поля. Для визначення наступних членів асимптотик будемо рекурентну послідовність задач, які за структурою аналогічні до розглянутих вище. Висновки про збіжність асимптотичних рядів отримуємо на основі даних багатьох експериментів.

Аналіз результатів

У результаті чисельно-аналітичного розв'язання рекурентної послідовності задач отримано розподіли концентрацій носіїв заряду та потенціалу в активній області $p-i-n$ -діодів у вигляді асимптотичних рядів (15)–(17) з точністю до $O(\mu)$. У процесі обчислень використовувались такі дані: відстань між інжектуючими контактами $w = 30$ мкм; концентрація носіїв заряду у власному напівпровіднику $N_i = 10^{16}$ см³; елементарний заряд $e = 16 \cdot 10^{-20}$ Кл; коефіцієнти дифузії відповідно електронів і дірок $D_n = 35$ см²/с, $D_p = 25$ см²/с; температура $T_0 = 300$ К; час життя носіїв заряду $\tau_n^* = \tau_p^* = 10^{-7}$ с; прикладені напруга і струм $U = 5$ В, $J = 2 \cdot 10^5$ А/см²; значення сталей $\varepsilon = 11$, $\varepsilon_0 = 885 \cdot 10^{-14}$ Ф/м; значення малого параметра $\mu = 6,25 \cdot 10^{-6}$; швидкості поверхневої рекомбінації $\alpha_n = 2 \cdot 10^5$ см/с, $\alpha_p = 10^5$ см/с; напруженість електричної компоненти НВЧ-хвилі $E_0^{ext} = 2 \cdot 10^4$ В/м; циклічна частота коливань $\omega = 225$ рад/с (8 мм діапазон НВЧ електромагнітних хвиль).

На рис. 2 напівжирною суцільною лінією показано стаціонарний розподіл носіїв заряду згідно з моделлю амбіполярної дифузії, суцільною тонкою — розподіл носіїв з урахуванням примежових поправок, пунктирною лінією — стаціонарний розподіл електронів і дірок, що встановлюється в результаті виявлення НВЧ-хвиль в області просторового заряду. Процес виявлення призводить до додаткового втягування зарядів вглиб області просторового заряду. Ефект виявлення, або ефект утворення додаткового стаціонарного потоку електронів і дірок відображено в моделі появою у рівняннях неперервності додаткових членів, що залежать від характеристик НВЧ-хвиль — величини напруженості електричної компоненти НВЧ-хвилі (потужності поля), частоти коливального процесу. Оскільки параметр напруженості поля E_0^{ext} конкурує в моделі з малим параметром μ , то ефект виявлення починає проявлятися під час достатньо великих значень напруженості електричної компоненти хвилі ($E_0^{ext} \approx 10^4$ В/м і вище), що узгоджується із даними експериментів. Зауважимо, що пробійні явища у відповідних технічних системах виникають у разі напруженості поля $E_0^{ext} \approx 10^6$ В/м. У примежових областях ефект детектування НВЧ-поля виражений набагато сильніше, ніж в об'ємі активної області (у примежових поправках нульові члени містять відповідні параметри зовнішнього хвильового процесу, натомість у регулярній частині асимптотики зазначені параметри з'являються у складових розв'язку з ваговим коефіцієнтом μ). Пояснюється це тим, що у примежових зонах спостерігаються великі градієнти концентрації носіїв заряду, які відіграють ключову роль у формуванні досліджуваного ефекту. Прогнозуємо, що досліджуваний ефект за певних умов призводить до збільшення імпедансу $p-i-n$ -діода, причому реактивна складова імпедансу (визначається переважно концентрацією носіїв заряду в зонах $n-i$, $p-i$ -контактів) реагує на появу потужного зовнішнього НВЧ-поля сильніше, ніж активна. Виявлені особливості поведінки плазми активної області $p-i-n$ -діодів, що обумовлені дією зовнішнього потужного НВЧ-поля, дозволяють сформулювати матеріальні рівняння для відповідних електродинамічних задач проєктування комутуючих або захисних пристроїв на $p-i-n$ -структурах.

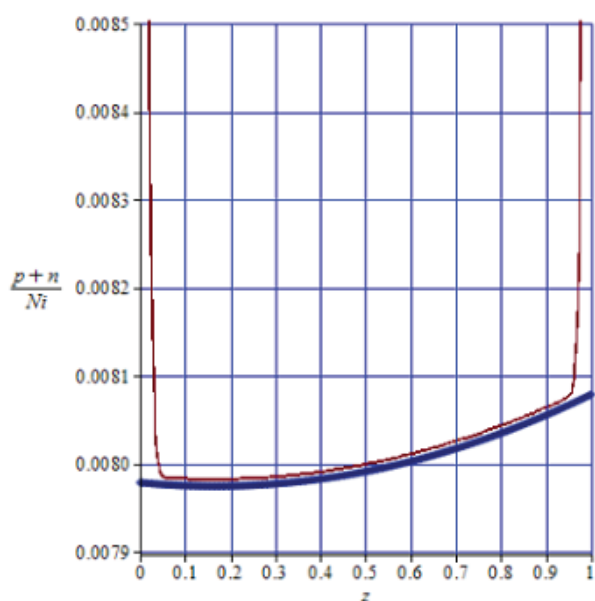


Рис. 2. Розподіл зарядів в активній області $p-i-n$ -діода

Висновки

Запропоновано математичну модель дифузійно-дрейфових процесів в електронно-дірковій плазмі активної області $p-i-n$ -діодів, яка враховує вплив на процеси проникаючої в плазму потужної НВЧ-хвилі. Основу моделі складає одновимірна нелінійна крайова задача для системи рівнянь неперервності струму носіїв заряду та Пуассона. Постановка задачі містить природним чином сформований малий параметр і це дозволяє залучати асимптотичні ме-

тоди для її аналітико-числового розв'язання. Модельна нелінійна сингулярно збурена крайова задача зведена до рекурентної послідовності лінійних крайових задач методом пограничного шару. Особливістю запропонованої математичної моделі є те, що вона відображає ефект виявлення електромагнітної НВЧ ТЕ-подібної хвилі на неоднорідності розподілу концентрації носіїв заряду у активній області діода. Побудовано алгоритм прогнозування стаціонарного розподілу концентрацій носіїв заряду в електронно-дірковій плазмі. Показано, що стороннє НВЧ-поле спричиняє додаткове зростання концентрації електронів і дірок в активній області. В зонах $p-i$ -, $n-i$ -контактів ефект зростання концентрації виражений сильніше.

Проведені дослідження спрямовані на удосконалення теорії $p-i-n$ -діодів, які працюють в режимі комутації НВЧ-хвиль високого рівня потужності, та на розвиток теорії збурень для вирішення задач кінетики носіїв заряду твердотільної електроніки.

Запропонована методика врахування впливу стороннього НВЧ-поля на процеси проходження струму в активній області $p-i-n$ -структур і відповідна математична модель розроблені у межах системи спрощуючих обмежень для забезпечення результативності процесу моделювання. Очевидно, що є низка фізичних факторів впливу (температура, складна геометрія активної області, структура НВЧ-хвилі тощо) на характеристики електронно-діркової плазми, що взаємодіє з потужним НВЧ-полем, кожен з яких заслуговує на виконання окремих досліджень.

References

- [1] S. Sze and K. Kwok, *Physics of Semiconductor Devices*, New York: Wiley-Interscience, 2006, 815 p. doi: <https://doi.org/10.1002/0470068329>
- [3] K. Kwok, *Complete Guide to Semiconductor Devices*, New York: Wiley-Interscience, 2002, 740 p. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/book/5271197>
- [3] E. I. Adirovich et. al., *Currents double injection in semiconductors*, Moscow: Sov. radio, 1978, 320 p.
- [4] V. N. Grydin et. al., *Electrodynamics of extremely high frequency structures*. Moscow: Nauka, 2002, 359 p.
- [5] B. S. Polsky and J. S. Rimshans, "Numerical simulation of transient processes in 2-D bipolar transistor", *Solid State Electron.*, vol. 24, pp. 1081–1085, 1981.
- [6] V. A. Nikolaeva et. al., "A numerical method for the simulation of two-dimensional semiconductor structures using quasi-hydrodynamic approach", *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, no. 298(6), pp. 1367–1371, 1988. URL: <http://www.mathnet.ru/links/ffb06774392c934ef68c73f4a11cb67b/dan48205.pdf>
- [7] A. N. Tikhonov, "Systems of differential equations containing small parameters in the derivatives", *Mat. Sb.*, vol. 31(73), no. 3, pp. 575–586, 1952. URL: <http://www.mathnet.ru/links/7bf5e98e10e302c132f30df4fdad6b9b/sm5548.pdf>
- [8] M. Vishik and L. A. Lusternik, "Regular degeneration and boundary layer for linear differential equations with small parameter", *Usp. Mat. Nauk.*, vol.12, no. 5, pp. 3–122, 1957. URL: <http://www.mathnet.ru/links/3ad5badbcecb855d7a6ed5e79bf964d1/rm7705.pdf>
- [9] A. B. Vasil'eva et. al., *The Boundary Function Method for Singular Perturbation Problems*, Philadelphia: SIAM, 1995. doi: <https://doi.org/10.1137/1.9781611970784>

- [10] D. R. Smith, *Singular-Perturbation Theory. An Introduction with Applications*, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1985, 520 p.
- [11] A. Bomba, "On the approximate solution asymptotic method of one problem of mass transfer during filtration in a porous medium", *Ukr. Math. J.*, vol. 34, no. 4, pp. 37–40, 1982.
- [12] M. P. Belyanin, "On the asymptotic solution of one p-n-junction model", *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, vol. 26, no. 2, pp. 306–311, 1986. URL: <http://www.mathnet.ru/links/f91b663c991258d0733ea2d02cf7f68a/zvmmf9248.pdf>
- [13] A. Ya. Bomba and I. P. Moroz, "Prediction of the charge carriers stationary distribution in the surface-oriented p-i-n structures active region by the perturbation theory methods", *Visnyk KNU seriya «Matematychni modeluvannya. Informatsijni tehnologiji. Avtomatyzovani systemy upravlinnya»*, iss. 50, pp. 27–36, 2021.
- [14] A. Ya. Bomba and I. P. Moroz, "The numerical-asymptotic method for solving singularly perturbed model problems on the stationary distribution of charge carriers in the active region of p-i-n-diodes", *Bulletin National University of Water and Environmental Engineering. Technical sciences*, v. 1(97), pp. 291–306, 2022.
- [15] A. Bomba et al., "Identification of Mass Transfer Distribution Factor and Its Account for Magnetic Filtration Process Modeling", *Journal of Automation and Information Sciences*, vol. 45, iss. 4, pp. 16–22, 2013.
- [16] A. Ya. Bomba and I. P. Moroz, "The diffusion-drift process with account heating and recombination in the p-i-n diodes active region mathematical modeling by the perturbation theory methods", *Jurnal obchyluval'noi i prykladnoi matematyky*, no. 1 (135), pp. 29–35, 2021.
- [17] A. B. Vasil'eva and V.G. Stel'makh, "Singularly perturbed systems in the theory of semiconductors", *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, vol. 17, no. 2, pp. 339–348, 1977. URL: <http://www.mathnet.ru/links/5d86b56f4673e4843abf1810d61ba4e8/zvmmf6023.pdf>
- [18] A. I. Prokopyev and S. A. Mesheryakov, "Static characteristics of high-barrier Schottky diode under high level injection", *Solid-State Electronics*, vol. 43, no. 9, pp. 1747–1753, 1999. doi: [https://doi.org/10.1016/S0038-1101\(99\)00138-0](https://doi.org/10.1016/S0038-1101(99)00138-0)
- [19] D. M. Pozar, "Microwave Engineering", 4th ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2012, 732 p.

Bomba F.Ya, Moroz I.P.

SIMULATION OF DIFFUSION-DRIFT PROCESSES IN THE ELECTRON-HOLE PLASMA OF THE P-I-N-DIODES ACTIVE REGION UNDER THE CONDITIONS OF A MW PENETRATING IN THE PLASMA BY THE PERTURBATION THEORY METHODS

Background. The problem of developing tools for mathematical modeling of the state of electron-hole plasma in the p-i-n structures active region under the influence of an additional factor - a powerful microwave electromagnetic field is considered. The task is important for specialists in the field of microwave electronics, since p-i-n structures are used, in particular, for switching powerful electromagnetic fields and as protective devices for the input paths of radio engineering systems.

Objective. It consists in developing a methodology for modeling the electron-hole plasma concentration distribution in the p-i-n diodes active region taking into account the effect on the dynamics of charge carriers of microwave radiation penetrating into the active region and developing asymptotic methods for solving the corresponding singularly perturbed nonlinear problems.

Methods. Achieving the goal is ensured by the use of boundary layer method, complex amplitudes method and classical analytic-numerical methods for solving boundary value problems for systems of ordinary differential equations.

Results. A generalized mathematical model of the electron-hole plasma stationary state in the p-i-n diodes active region in the hydrodynamic approximation, which takes into account the effect of microwave radiation on processes in the plasma, is proposed. The model basis is a nonlinear singularly perturbed boundary value problem for the system of electron-hole currents continuity equations and the Poisson. The model boundary value problem is reduced to a recurrent sequence of linear boundary value problems. Solutions of the stated problem are found in the form of asymptotic series containing stationary and non-stationary components. A feature of the proposed mathematical model is that it reflects the effect of detecting an electromagnetic microwave TE-like wave on the charge carrier concentration distribution inhomogeneity in the p-i-n-diode active region.

Conclusions. The methodology for modeling the electron-hole plasma stationary state in the p-i-n-diodes active region taking into account the effect on the charge carriers dynamics of microwave radiation penetrating into the active region has been developed.

Keywords: singularity, asymptotic series, boundary function, electron-hole plasma, p-i-n-diode.

Рекомендована Радою
факультету електроніки
КПІ ім. Ігоря Сікорського

Надійшла до редакції
21 жовтня 2021 року

Прийнята до публікації
27 червня 2022 року