

DOI: 10.20535/kpiscn.2021.1.231210

УДК 004.35

Є.С. Сулема, М.В. Онай\*, А.І. Дичка  
КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна  
\*corresponding author: onay@pzks.fpm.kpi.ua

## АЛГОРИТМІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗАВАДОСТІЙКОСТІ БАГАТОКОЛІРНИХ ШТРИХКODOВИХ ЗНАКІВ НА ОСНОВІ ПОЛЯ $GF(p)$

**Проблематика.** Останніми роками є стійка тенденція використання багатоколірних штрихових кодів. Водночас підвищується інформаційна щільність подання даних у порівнянні з чорно-білими штриховими кодами. Однак процеси розпізнавання та декодування штрихкодів ускладнюються. Тому для надійного зчитування з об'єкта багатоколірних штрихових кодів необхідно забезпечити завадостійкість штрихкодів (ШК-знаків) – мінімальних структурних одиниць штрихкодів зображення.

**Мета дослідження.** Розробити методики синтезу символік багатоколірних штрихових кодів, які мають завадостійкість на рівні ШК-знаків.

**Методика реалізації.** Зазначена мета досягається застосуванням багатозначних неповних кодів Гемінга як основи ШК-знаків. Цифровий еквівалент ШК-знака є кодовим словом багатозначного коду Гемінга, в якому операції кодування-декодування виконують за правилами скінченного поля виду  $GF(p)$ .

**Результати дослідження.** Запропоновано завадостійкі багатоколірні штрихові коди, в яких на рівні ШК-знаків забезпечується виправлення однократних спотворень елементів/помилки і виявлення значної кількості багатократних спотворень. Оцінено завадостійкість багатоколірних ШК-знаків.

**Висновки.** Запропонована методика синтезу символік багатоколірних штрихових кодів дає змогу створювати штрихові коди з поліпшеними характеристиками завадостійкості, що забезпечує надійність процесів зчитування багатоколірних штрихкодів зображень у системах автоматичної ідентифікації.

**Ключові слова:** багатоколірні штрихові коди; багатозначний код Гемінга; автоматична ідентифікація.

### Вступ

Ефективність застосування штрихкової технології подання та введення даних до обчислювальної системи зазвичай визначається двома факторами: швидкістю оброблення штрихкодів зображень і надійністю зчитування даних [1, 2]. Специфічною рисою штрихкодів зображень є те, що штрихкодів елементи можуть зазнавати спотворень на всіх етапах їхнього життєвого циклу: виготовлення штрихкової позначки (ШК-позначки), її зберігання та експлуатації [3–5].

Причинами спотворень штрихкодів елементів під час виготовлення багатоколірного штрихкодів зображення є: особливості зчеплення барвників/фарб із поверхнею носія (згортання чи розпливання фарби); змішування кольорів на межі сусідніх елементів; деформація носія тощо. Під час тривалого зберігання ШК-позначки можлива поява неконтрастності внаслідок старіння барвників і носія. У процесі експлуатації штрихкодів зображення може зазнавати забруднення чи механічних ушкоджень [6–8], тому багатоколірні штрихкодів зображення повинні мати завадостійкість. Забезпечити завадостійкість можливо, якщо до вхідних

даних, що підлягають поданню у штрихкодів формі, застосовувати коректувальний код, який виправляє помилки (спотворення елементів штрихкодів зображення). Оскільки структурно ШК-позначка складається зі штрихкодів знаків (ШК-знаків) [9, 10], то для надійності зчитування даних слід проектувати багатоколірні штрихкодів зображення так, щоб завадостійкість забезпечувалась не лише на рівні всієї ШК-позначки, а й на рівні ШК-знаків.

Найбільш імовірною є поява однократних помилок/спотворень у ШК-знаках. Для того щоб ШК-знак був завадостійким із можливістю виправлення однократної помилки, необхідно, щоб вектор ШК-знака був кодовим словом коректувального коду з кодовою відстанню  $d = 3$  [11]. Оскільки ШК-знаки – багатоколірні, то необхідно застосовувати багатозначний коректувальний код. Таким коректувальним кодом може бути багатозначний код Гемінга, який називають  $q$ -им кодом Гемінга ( $q > 2$ ) [12].

### Постановка задачі

Для ефективного контролю помилок під час зчитування ШК-позначок багатоколірних штрихових кодів необхідно, щоб на рівні

ШК-знаків забезпечувалось не лише виправлення однократних помилок, а й виявлення помилок більшої кратності. Таку можливість можуть надавати лише неповні багатозначні коди Гемінга, оскільки повні коди цього не забезпечують.

Тож необхідно розв'язати задачу синтезу символік багатоколірних штрихових кодів із виправленням однократних і виявленням багатократних помилок у ШК-знаках на основі неповних багатозначних кодів Гемінга.

### Синтез символіки багатоколірного завадостійкого штрихового коду на основі $q$ -го коду Гемінга

Нехай необхідно створити символіку завадостійкого багатоколірного матричного штрихового коду з параметрами  $q, s$ , де  $q$  – кількість використовуваних кольорів для розфарбовування елементів ШК-знака;  $s$  – кількість елементів (комірок, чарунок) у ШК-знаках (рис. 1).

Кожен елемент ШК-знака може бути розфарбований будь-яким із  $q$  кольорів, які позначатимемо цифрами  $0, 1, 2, \dots, q - 1$ . ШК-знаку, що складається з  $s$  елементів, поставимо у відповідність цифровий вектор ШК-знака  $Z = (z_1 z_2 \dots z_s)$ , де  $z_i \in \{0, 1, 2, \dots, q - 1\}$ .

Структурно ШК-знак (рис. 2), до складу якого входять  $s$  елементів, має складатися з  $u$  інформаційних елементів/розрядів, які утворюють інформаційне слово  $B = (b_1 b_2 \dots b_u)$ , та  $v$  контрольних елементів/розрядів, які утворюють контрольне слово  $T = (t_1 t_2 \dots t_v)$ . Поставив-

ши у відповідність кожному  $Z$  ШК-знак, отримаємо символіку потужності  $q^u$  завадостійкого  $q$ -колірного штрихового коду – такого, що під час зчитування ШК-позначок буде забезпечено виправлення однократних помилок у межах кожного ШК-знака.

За використання  $q$ -го коду Гемінга операції кодування-декодування виконують у скінченному полі  $GF(q)$  [13]. Якщо  $q$  – просте, то операції виконують за модулем  $q$ ; якщо ж  $q$  є степенем простого числа, тобто  $q = p^m$ , де  $p$  – просте,  $m$  – ціле додатне число ( $p \geq 2, m \geq 2$ ), то – за модулем незвідного багаточлена степеня  $m$ . У цьому дослідженні розглядатимемо випадок, коли  $q = p$ , зокрема коли  $q = 3, 5, 7$ , що найчастіше трапляється у багатоколірному штриховому кодуванні.

Побудову символіки завадостійкого штрихового коду виконаємо на основі перевірної матриці  $\mathbf{H}$  коду Гемінга. Загалом перевірна матриця  $q$ -го  $(s, u)$ -коду Гемінга з  $d = 3$  така:

$$\mathbf{H}_{(s,u)}^{n,q} = \left\| \begin{array}{cccc|ccc} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1u} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2u} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{v1} & h_{v2} & \dots & h_{vu} & 0 & 0 & \dots & 1 \end{array} \right\| = \left\| \mathbf{H}_{v \times u} \mid \mathbf{I}_v \right\|, \quad (1)$$

де  $h_{ij} \in \{0, 1, 2, \dots, q - 1\}$ . Стовпці матриці  $\mathbf{H}_{(s,u)}$  є ненульовими  $v$ -розрядними послідовностями, в яких перша ненульова компонента дорівнює одиниці. Це забезпечує попарну лінійну незалежність стовпців [11]. Максимальна кількість стовпців становить  $(q^v - 1) / (q - 1)$ .



Рис. 1. Приклади структур ШК-знаків за  $s = 3, 4, 5$

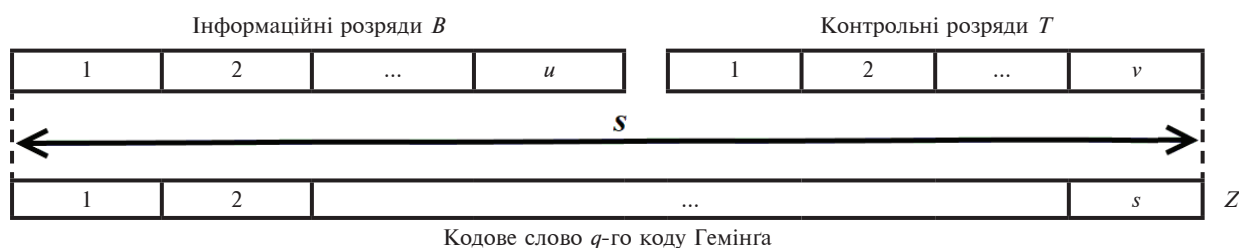


Рис. 2. Структура кодового слова, що відповідає завадостійкому ШК-знаку

Якщо  $u$  – кількість інформаційних елементів ШК-знака, а  $v$  – кількість контрольних елементів, то  $u$  і  $v$  пов'язані співвідношенням

$$u \leq (q^v - 1) / (q - 1) - v. \quad (2)$$

Якщо у співвідношенні (2) виконується рівність, то  $q$ -ий  $(s, u)$ -код Гемінга називають повним [12, 13]. Це означає, що підматриця  $\mathbf{H}_{v \times u}$  в (1) містить усі можливі ненульові  $v$ -розрядні послідовності/стовпці, в яких перша ненульова компонента дорівнює одиниці.

Матриця  $\mathbf{H}_{(s,u)}^{q^n}$  дає змогу згенерувати всі кодові слова  $Z = (z_1 z_2 \dots z_q)$   $q$ -го  $(s, u)$ -коду Гемінга, кожне з яких отримують як

$$Z = B : (B \cdot \mathbf{H}_{v \times u}^T),$$

(де  $:$  є символом конкатенації/приєднання), якщо перебрати всі значення вектора  $B = (b_1 b_2 \dots b_u)$  – від  $(00 \dots 0)$  до  $(q-1 \ q-1 \dots \ q-1)$ . Кількість можливих кодових слів  $Z$  дорівнює  $q^u$ . Величина  $q^u$  є потужністю символіки штрихового коду. Кожному  $Z$  слід поставити у відповідність ШК-знак. До складу символіки входять  $q^u$  різних ШК-знаків, елементи яких розфарбовані  $q$  кольорами. Водночас кожен ШК-знак буде завадостійким – під час зчитування у межах ШК-знака можливе виправлення однократної помилки.

У табл. 1 наведено деякі повні  $(s, u)$ -коди Гемінга, на основі яких можна синтезувати символіки завадостійких штрихових кодів за використання для розфарбовування елементів трьох, п'яти та семи кольорів.

**Таблиця 1.** Деякі повні  $q$ -ві коди Гемінга, коли  $q$  є простим числом

Кількість використовуваних кольорів		
$q = 3$	$q = 5$	$q = 7$
Вид скінченного поля		
$GF(3)$	$GF(5)$	$GF(7)$
(4, 2)-	(6, 4)-	(8, 6)-
(13, 10)-	(31, 28)-	(57, 54)-

Наприклад, для синтезу п'ятиколірних завадостійких ШК-знаків слід розглядати п'ятіркові коди Гемінга. Розглянемо п'ятірковий повний  $(6, 4)$ -код Гемінга (табл. 1), перевірна матриця якого:

$$\mathbf{H}_{(6,4)}^{5^n} = \left\| \begin{array}{cccc|cc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & t_1 & t_2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \end{array} \right\|. \quad (3)$$

За використання п'ятіркових кодів Гемінга операції виконують у полі  $GF(5)$ , тобто за модулем 5 (рис. 3).

+	0	1	2	3	4	-	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4	0	0	4	3	2	1
1	1	2	3	4	0	1	1	0	4	3	2
2	2	3	4	0	1	2	2	1	0	4	3
3	3	4	0	1	2	3	3	2	1	0	4
4	4	0	1	2	3	4	4	3	2	1	0
·	0	1	2	3	4	:	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0	0	-	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	1	-	1	3	2	4
2	0	2	4	1	3	2	-	2	1	4	3
3	0	3	1	4	2	3	-	3	4	1	2
4	0	4	3	2	1	4	-	4	2	3	1

Рис. 3. Виконання операцій у полі  $GF(5)$

У полі  $GF(5)$  для кожного ненульового елементу  $b$  існує протилежний (адитивно обернений) елемент  $-b$  такий, що  $b + (-b) = 0$ . Так, протилежним до елементу 1 є елемент 4, тобто  $-1 \equiv 4$ . З рис. 3 бачимо, що  $-2 \equiv 3$ ,  $-3 \equiv 2$ ,  $1 \equiv -4$ . Це означає, що в алгебраїчних виразах віднімання можна замінити додаванням, якщо від'ємник подати як  $-b \equiv 5 - b$ . Для кожного ненульового елементу  $b$  поля  $GF(5)$  також існує обернений (мультиплікативно обернений) елемент  $b^{-1}$  такий, що  $b \cdot b^{-1} = 1$ . Так,  $1^{-1} \equiv 1$ ,  $3 \equiv 2^{-1}$ ,  $3^{-1} \equiv 2$ ,  $4^{-1} \equiv 4$ . Це означає, що ділення на 1 можна замінити множенням на 1, ділення на 2 – множенням на 3, ділення на 3 – множенням на 2, ділення на 4 – множенням на 4. Тобто ділення ненульових елементів поля  $c = a / b$  у полі  $GF(5)$  можна описати так:

- 1: if  $(b = 1)$  or  $(b = 4)$  then  $b := b$ ; goto 3
- 2: if  $(b = 2)$  or  $(b = 3)$  then  $b := 5 - b$
- 3:  $c := a \cdot b$

За допомогою цієї процедури ділення в полі  $GF(5)$  зведено до множення.

На основі матриці (3) можна побудувати символіку п'ятиколірного завадостійкого штрихового коду з можливістю корекції однократних помилок у ШК-знаках; потужність символіки становить  $N = 5^4 = 625$ . ШК-знаки складаються з шести елементів (рис. 4), кожен елемент може бути розфарбований одним із п'яти кольорів. ШК-знаку відповідає вектор  $Z = (z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6)$ , у якому  $(z_1 z_2 z_3 z_4) = (b_1 b_2 b_3 b_4)$ ,  $(z_5 z_6) = (t_1 t_2)$ .

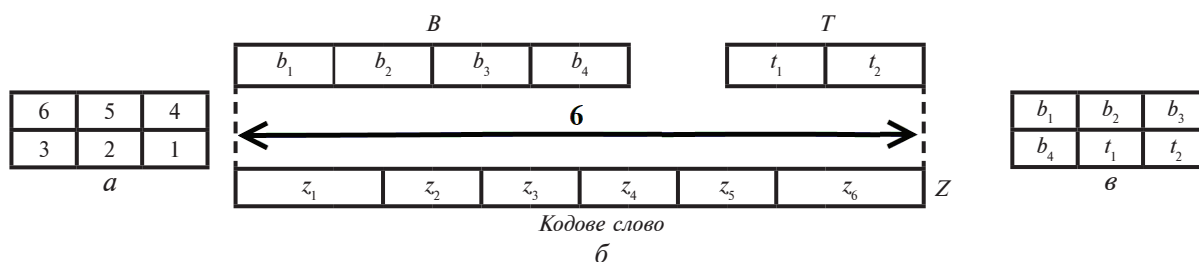


Рис. 4. Формування ШК-знаків п'ятиколірного заводстійкого штрихового коду з можливістю виправлення однократних помилок у ШК-знаках: *a* – структура ШК-знака; *б* – вектор ШК-знака; *в* – порядок заповнення ШК-знака

Контрольні розряди  $t_1, t_2$  обчислимо, зважаючи на матрицю (3):

$$\begin{cases} t_1 = (b_1 + b_2 + b_3 + b_4) \bmod 5 = \left( \sum_{j=1}^4 b_j \right) \bmod 5, \\ t_2 = (b_1 + 2b_2 + 3b_3 + 4b_4) \bmod 5 = \\ = \left( \sum_{j=1}^4 j \cdot b_j \right) \bmod 5. \end{cases} \quad (4)$$

Нехай  $B = (2 \ 0 \ 4 \ 1)$ . Тоді

$$\begin{cases} t_1 = (2 + 0 + 4 + 1) \bmod 5 = 2, \\ t_2 = (2 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 1) \bmod 5 = 3. \end{cases}$$

Отже, вектор ШК-знака дорівнює  $Z = (2 \ 0 \ 4 \ 1 \ 2 \ 3)$ , він є кодовим словом п'ятиркового (6, 4)-коду Гемінга, і йому відповідає п'ятиколірний заводстійкий ШК-знак (рис. 5).

Враховуючи всі значення вектора  $B$  – від 0 0 0 0 до 4 4 4 4 та застосувавши до кожного слова кодування (4), отримуємо  $5^4 = 625$  різних ШК-знаків, які утворюють символіку  $\Omega$  заводстійкого п'ятиколірного штрихового коду, в якому в ШК-знаках виправляють однократні помилки. Потужність  $N_\Omega$  символіки  $\Omega$

становить 625 ШК-знаків ( $N_\Omega = 625$ ); їй можна поставити у відповідність числову множину  $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 624\}$  (табл. 2).

Синтез символіки п'ятиколірного заводстійкого штрихового коду можна описати псевдокодом

```
for B = 0000 to 4444 do
    Z[1..4] := B;
    t1 = (sum_{j=1}^4 b_j) mod 5;
    t2 = (sum_{j=1}^4 j * b_j) mod 5;
    Z[5] := t1; Z[6] := t2;
Z[1..6] => barcode_pattern(B),
```

де `barcode_pattern(B)` – програмна процедура перетворення цифрового вектора  $Z$  ШК-знака на п'ятиколірне зображення ШК-знака (див. рис. 5, *в*). Для створення штрихкової позначки алфавітно-цифрову послідовність перетворюють на числову форму, використовуючи числа з діапазону 0–624; кожному числу ставлять у відповідність ШК-знак і наносять на носій.

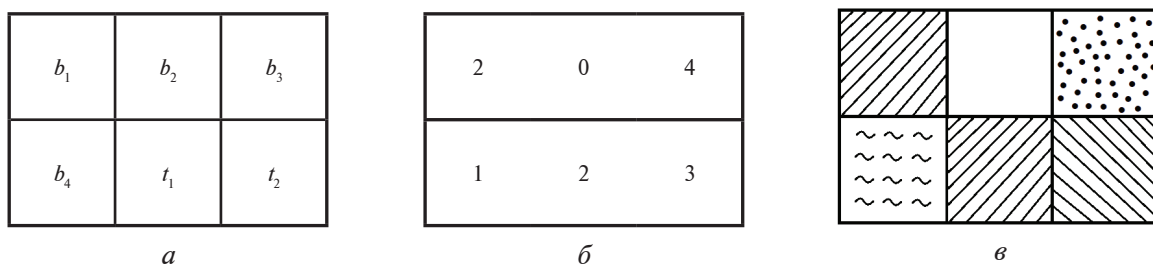


Рис. 5. Приклад створення п'ятиколірного заводстійкого ШК-знака: *a* – порядок заповнення ШК-знака; *б* – вектор ШК-знака; *в* – розфарбовування елементів ШК-знака

Таблиця 2. Структура символіки завадостійкого штрихового коду з параметрами  $q = 2, s = 6$

Порядковий номер ШК-знака	ШК-знак	Вектор ШК-знака
0		0 0 0 0 0 0
1		0 0 0 1 1 4
2		0 0 0 2 2 3
...	...	...
624		4 4 4 4 1 0

Для синтезу триколірних завадостійких ШК-знаків слід використовувати трійкові коди Гемінга, наприклад, повний (13, 10)-код Гемінга (див. табл. 1), перевірна матриця  $H$  якого

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{H}_{(13,10)}^{*3} = \\
 & = \left\| \begin{array}{cccccccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| = \\
 & = \left\| \mathbf{H}_{3 \times 10} \quad \mathbf{I}_3 \right\|. \tag{5}
 \end{aligned}$$

Якщо необхідно синтезувати семиколірні завадостійкі ШК-знаки, то за основу можна взяти сімковий (8, 6)-код Гемінга (див. табл. 1), який задає перевірна матриця  $H$  виду

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{H}_{(8,6)}^{*7} = \left\| \begin{array}{cccccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 1 \end{array} \right\| = \\
 & = \left\| \mathbf{H}_{2 \times 6} \quad \mathbf{I}_2 \right\|. \tag{6}
 \end{aligned}$$

**Алгоритм декодування багатоколірних завадостійких ШК-знаків**

Після зчитування штрихкодowego зображення послідовно виокремлюють ШК-знаки, кожному з яких ставлять у відповідність  $q$ -ий  $s$ -розрядний вектор  $Z' = (z'_1 z'_2 \dots z'_s)$ , який декодують за правилами  $q$ -го ( $s, u$ )-коду Гемінга.

Синдром помилки  $S = (S_1, S_2, \dots, S_v)$  обчислюють, використовуючи матрицю (1):

$$\begin{cases} S_1 = \left( \sum_{j=1}^u h_{1j} z'_j - z'_{u+1} \right) \bmod q, \\ \dots \\ S_v = \left( \sum_{j=1}^u h_{vj} z'_j - z'_s \right) \bmod q. \end{cases} \tag{7}$$

Якщо всі компоненти  $S_i$  ( $i = 1, \dots, v$ ) синдрому  $S$  дорівнюють нулю, то прийнятий вектор  $Z'$  не містить помилок ( $Z' = Z$ ), тож у зчитаному ШК-знаку немає спотворень (рис. 6).

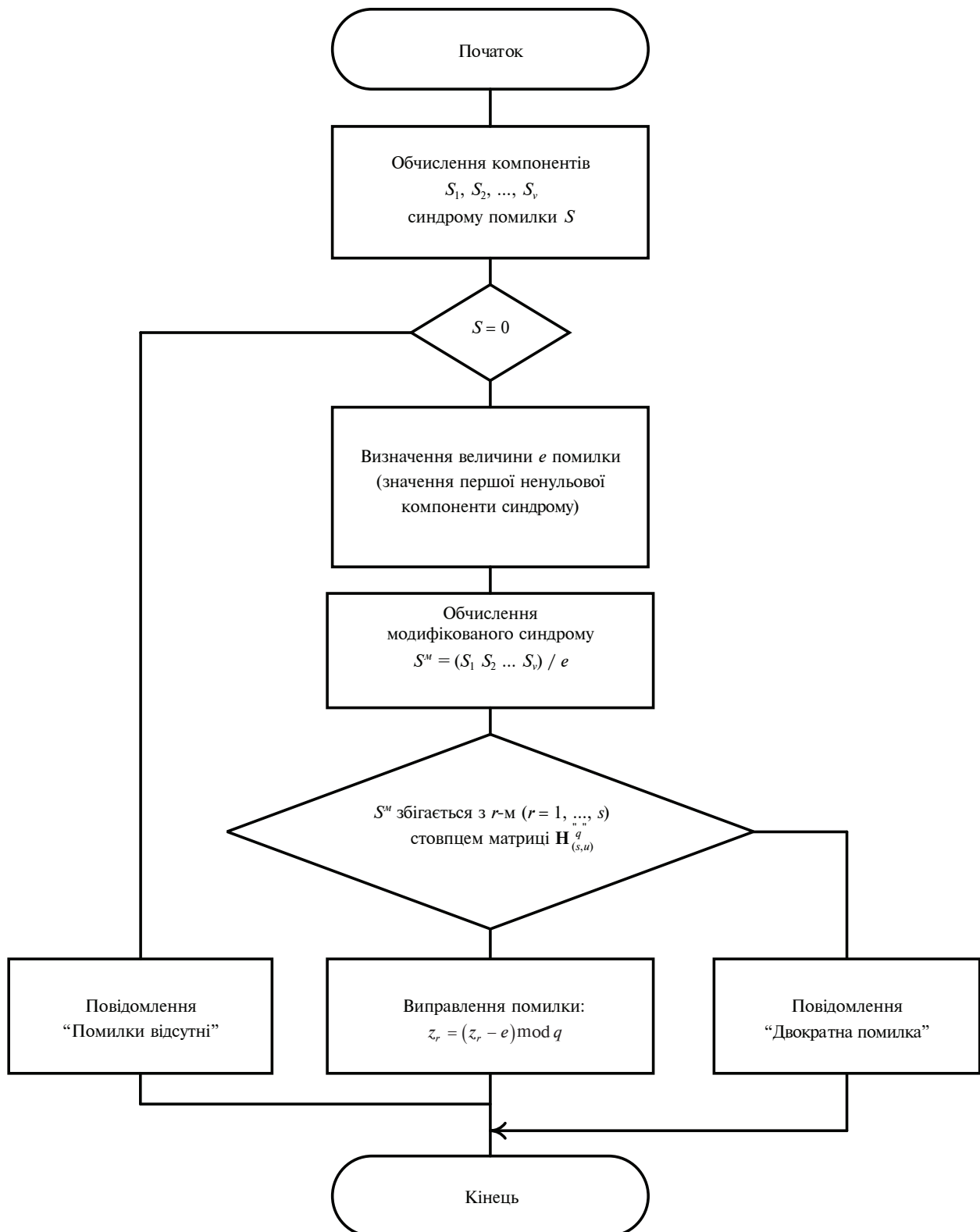


Рис. 6. Граф-схема алгоритму декодування зчитуваних ШК-знаків ШК-позначки



Якщо  $S \neq 0$ , то виконують такі дії.

1. Послідовно аналізуючи компоненти  $S_1, S_2, \dots, S_v$  синдрому (зліва направо), знаходять першу ненульову компоненту. Її значення є величиною помилки; нехай значення першої ненульової компоненти дорівнює  $e$  ( $e = 1, 2, \dots, q - 1$ ).

2. Компоненти  $S_1, S_2, \dots, S_v$  синдрому ділять на значення  $e$  за правилами поля  $GF(q)$ , отримуючи модифікований вектор  $S^m = (S_1^m, S_2^m, \dots, S_v^m)$  синдрому помилки, де  $S_i^m = (S_i / e) \bmod q$ . Модифікований синдром  $S^m$  є локатором помилки.

3. Порівнюють обчислений локатор  $S^m$  із кожним зі стовпців матриці  $\mathbf{H}_{(s,u)}^{q"}$  (див. (1)). Стовпець, який збігається з локатором  $S^m$ , вказує на місце помилки. Нехай  $S^m$  збігається з  $r$ -м стовпцем ( $r = 1, 2, \dots, s$ ) матриці  $\mathbf{H}_{(s,u)}^{q"}$ .

4. Виконують корекцію  $r$ -ї компоненти ( $z'_r$ ) вектора  $Z'$ :

$$z_r = (z'_r - e) \bmod q.$$

5. Якщо  $S^m$  не збігається з жодним зі стовпців матриці  $\mathbf{H}_{(s,u)}^{q"}$ , то ухвалюють рішення, що прийнятий вектор  $Z'$  містить двократну помилку (може бути й багатократна помилка), а в зчитаному ШК-знаку спотворено два чи більше штрихкодів елементів.

Якщо обробляють ШК-позначку, наприклад, п'ятиколірного штрихового коду, символіку якого синтезовано на основі (6, 4)-коду Гемінга, то після виокремлення ШК-знаків кожному з них ставлять у відповідність 6-розрядний вектор ШК-знака  $Z' = (z'_1 z'_2 z'_3 z'_4 z'_5 z'_6)$ . Беручи до уваги систему (7), синдром помилки  $S$  обчислимо, виходячи з перевіркої матриці (3):

$$\begin{cases} S_1 = (z'_1 + z'_2 + z'_3 + z'_4 - z'_5) \bmod 5, \\ S_2 = (z'_1 + 2z'_2 + 3z'_3 + 4z'_4 - z'_6) \bmod 5. \end{cases} \quad (8)$$

На основі синдрому  $S = (S_1 S_2)$  виконують корекцію вектора  $Z'$  за алгоритмом (див. рис. 6).

Нехай вектор зчитаного ШК-знака дорівнює  $Z' = (2 \ 0 \ 4 \ 3 \ 2 \ 3)$  і містить помилку в четвертому розряді (підкреслено). Обчислимо синдром помилки  $S$  вектора  $Z'$  на основі системи (8):

$$\begin{cases} S_1 = (2 + 0 + 4 + 3 - 2) \bmod 5 = 2, \\ S_2 = (2 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 - 3) \bmod 5 = 3. \end{cases}$$

Оскільки першим ненульовим символом синдрому є 2, то величина помилки дорівнює 2 ( $e = S_1 = 2$ ).

Компоненти синдрому поділимо на величину помилки (на 2), щоб визначити локатор помилки:  $(2 \ 3)/e = (2/2 \ 3/2) = (1 \ 4)$ . Оскільки локатор (1 4) збігається з четвертим стовпцем матриці  $\mathbf{H}_{(6,4)}^{5"}$  (див. (3)), то прийнятий вектор  $Z'$  містить помилку в розряді  $z'_4$ . виправимо помилку в четвертому розряді:  $z_4 = (z'_4 - e) \bmod 5 = (3 - 2) \bmod 5 = 1$ . Правильним вектором зчитаного ШК-знака є  $Z = (2 \ 0 \ 4 \ 1 \ 2 \ 3)$ . П'ятірковий (6, 4)-код Гемінга забезпечує виправлення однократних помилок у ШК-знаках, але не виявляє двократні помилки, оскільки є повним кодом. Загалом будь-який повний код із мінімальною кодовою відстанню  $d = 3$  не забезпечує виявлення двократної помилки. У двійковому разі код Гемінга з  $d = 3$  можна перетворити на код з  $d = 4$  додаванням контрольного розряду, що контролює всі розряди слова, і тоді забезпечується або виправлення однократної помилки, або виявлення двократної помилки у зчитаному слові. Застосування того самого способу в разі багатозначного ( $q > 2$ ) коду Гемінга не призводить до отримання коду з  $d = 4$ . Багатозначних кодів Гемінга з мінімальною кодовою відстанню  $d = 4$  не існує. Але якщо застосовувати багатозначні неповні коди Гемінга, то можна виявляти частину двократних помилок, а також частину помилок більшої кратності.

### Символіки багатоклірних завадостійких штрихових кодів на основі неповних кодів Гемінга

Неповний код Гемінга отримують викреслюванням відповідної кількості стовпців у підматриці  $\mathbf{H}_{v \times u}$  перевіркої матриці  $\mathbf{H}_{(s,u)}^{q"}$  повного коду Гемінга (див. (1)).

Наприклад, на основі п'ятіркового повного (6, 4)-коду Гемінга, що задають перевіркою матрицею  $\mathbf{H}_{(6,4)}^{5"}$  (див. (3)), можна утворити два неповні коди – (5, 3)- та (4, 2)-коди (табл. 3). Неповний (5, 3)-код отримуємо, якщо викреслити стовпець  $b_4$  у перевірній матриці  $\mathbf{H}_{(6,4)}^{5"}$ ; неповний (4, 2)-код – якщо викреслити два стовпці –  $b_4$  та  $b_3$ .

Неповні п'ятіркові коди Гемінга можна отримати також із повного (31, 28)-коду (див. табл. 1). Якщо в підматриці  $\mathbf{H}_{3 \times 28}$  перевірко-

ної матриці цього коду викреслити 23 стовпці, то отримаємо перевірну матрицю  $\mathbf{H}_{(8,5)}^{5"}$  неповного (8, 5)-коду Гемінга, а якщо викреслити 22 стовпці – перевірну матрицю (9, 6)-коду. На основі  $\mathbf{H}_{(8,5)}^{5"}$  можна згенерувати символіку заводостійкого п'ятиколірного штрихового коду потужністю 3125 ШК-знаків, а на основі  $\mathbf{H}_{(9,6)}^{5"}$  – 15625 ШК-знаків (див. табл. 3).

Дослідимо здатність виявляти двократні помилки п'ятірковим неповним (5,3)-кодом Гемінга, якому відповідає перевірна матриця

$$\mathbf{H}_{(5,3)}^{5"} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & t_1 & t_2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

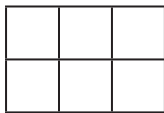
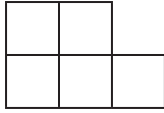
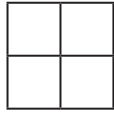
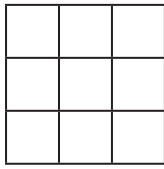

Нехай вектор ШК-знака, який було нанесено на носій, дорівнював  $Z = (4\ 2\ 0\ 1\ 3)$ , а внас-

лідок ушкоджень штрихового зображення з носія зчитано ШК-знак, вектор якого дорівнює  $Z' = (4\ \underline{3}\ \underline{3}\ 1\ 3)$ ; він містить дві помилки – у другому та третьому розрядах. Обчислимо компоненти синдрому на основі (7):

$$\begin{cases} S_1 = (4 + 3 + 3 - 1) \bmod 5 = 4, \\ S_2 = (4 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 - 3) \bmod 5 = 1. \end{cases}$$

Оскільки  $S \neq 0$ , а першим ненульовим символом синдрому є 4, то величина помилки дорівнює 4 ( $e = S_1 = 4$ ). Знайдемо модифікований  $S^m$  синдром:  $S^m = S/e = (4\ 1)/4 = (1\ 4)$ , який є локатором помилки. Оскільки локатор (1 4) не збігається з жодним зі стовпців матриці (9), то це означає, що прийнятий вектор  $Z'$  містить двократну помилку; помилку виявлено.

Таблиця 3. Параметри символік заводостійких штрихових кодів на основі п'ятіркових (s, u)-кодів Гемінга

(s, u)-код Гемінга	$q^u$	Потужність символіки ШК-знаків	Надлишковість ШК-знаків	Структура ШК-знаків	Кількість елементів у ШК-знаку
На основі повного (6, 4)-коду Гемінга					
(6, 4)-	$5^4$	625	$2/6 \approx 0.33$		6
(5, 3)-	$5^3$	125	$2/5 = 0.40$		5
(4, 2)-	$5^2$	25	$2/4 = 0.50$		4
На основі повного (3, 28)-коду Гемінга					
(9, 6)-	$5^6$	15625	$3/9 \approx 0.33$		9
(8, 5)-	$5^5$	3125	$3/8 \approx 0.38$		8



Розглянемо інший приклад. Нехай зчитано ШК-знак, вектор якого дорівнює  $Z' = (\underline{3} \ 2 \ \underline{2} \ 1 \ 3)$ ; він містить дві помилки – у першому та третьому рядках. Якщо обчислити синдром помилки, а потім модифікований синдром, то отримаємо  $S^m = (1 \ 0)$ . Локатор  $(1 \ 0)$  збігається з четвертим стовпцем перевірної матриці (9), вказуючи на те, що помилковим є розряд  $z'_4$  прийнятого вектора. Це не є істинним, а отже двократну помилку (в розрядах  $z'_1, z'_3$ ) не виявлено. Так, п'ятірковий неповний  $(5, 3)$ -код Гемінга гарантовано виправляє будь-яку однократну помилку в ШК-знаку, а двократні помилки виявляє лише частково. Моделювання програмним способом усіх помилок у ШК-знаках, синтезованих на основі п'ятіркового  $(5, 3)$ -коду Гемінга, показує, що у ШК-знаках виявляють 25 % двократних помилок (рис. 7).

У табл. 4 перелічено п'ятіркові неповні коди Гемінга, на основі яких можна синтезувати символіки завадостійких п'ятиколірних штрихових кодів, придатних до використання на практиці, із зазначенням їхньої здатності виявляти багатократні помилки у ШК-знаках. Так само можна дослідити завадостійкість багатоколірних ШК-знаків штрихових кодів, символіки яких синтезовано на основі неповних трійкових і сімкових кодів Гемінга, зокрема здатність виявляти двократні помилки як найбільш ймовірні після однократних у ШК-знаках триколірних і семиколірних штрихових кодів (рис. 8).

Коди на рис. 8 упорядковані за параметром надлишковості ШК-знака/коду, у квадратних дужках вказано потужність символіки, яку породжує відповідний неповний код Гемінга.

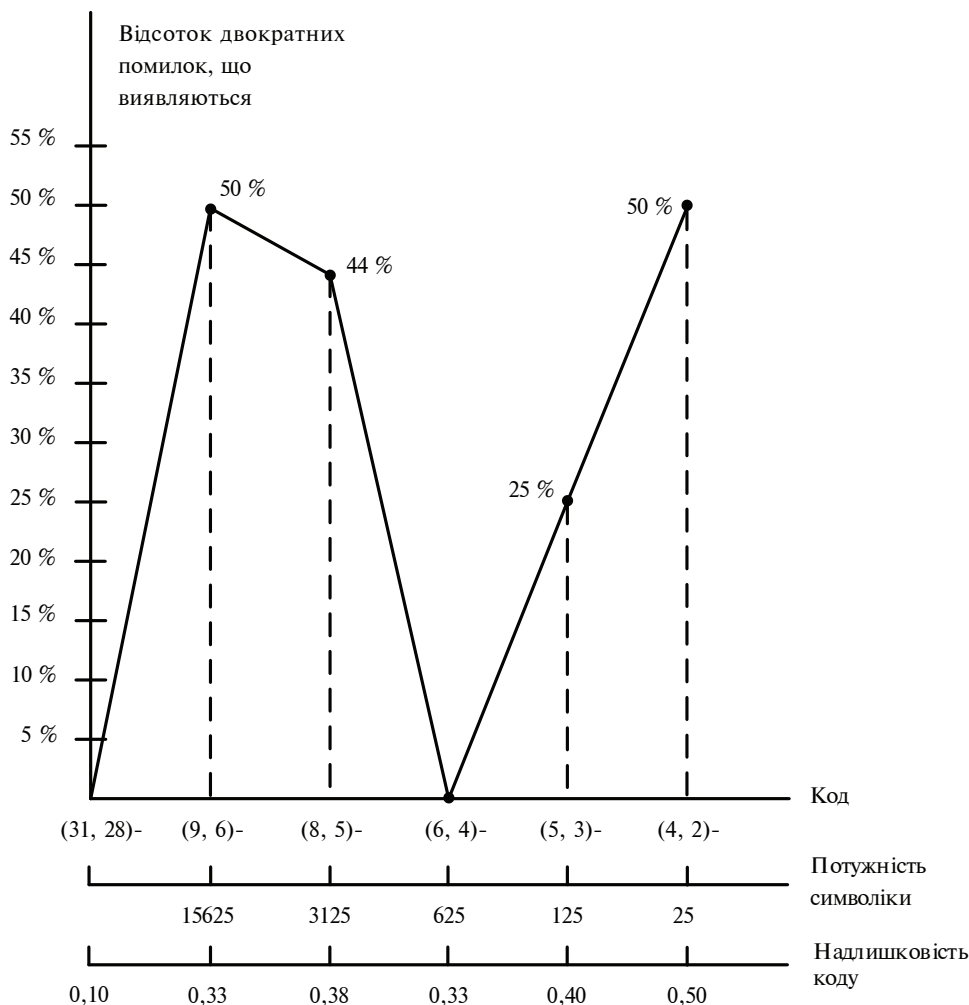


Рис. 7. Ступінь виявлення двократних помилок у п'ятиколірних ШК-знаках, синтезованих на основі п'ятіркових неповних кодів Гемінга

**Таблиця 4.** Виявлення багатократних помилок у ШК-знаках п'ятиколірних штрихових кодів, символіки яких синтезовано на основі п'ятіркових неповних кодів Гемінга

Показник	П'ятірковий неповний ( $s, u$ )-код Гемінга			
	На основі повного (31, 28)-коду		На основі повного (6, 4)-коду	
	(9, 6)-	(8, 5)-	(5, 3)-	(4, 2)-
Потужність символіки, ШК-знаків	15625	3125	125	25
Надлишковість ШК-знаків	$\approx 0,33$	$\approx 0,38$	0,40	0,50
Відсоток багатократних помилок, що виявляють				
2-кратних	50 %	44 %	25 %	50 %
3-кратних	64 %	59 %	13 %	25 %
4-кратних	68 %	66 %	17 %	34 %
5-кратних	72 %	74 %	16 %	—
6-кратних	71 %	76 %	—	—

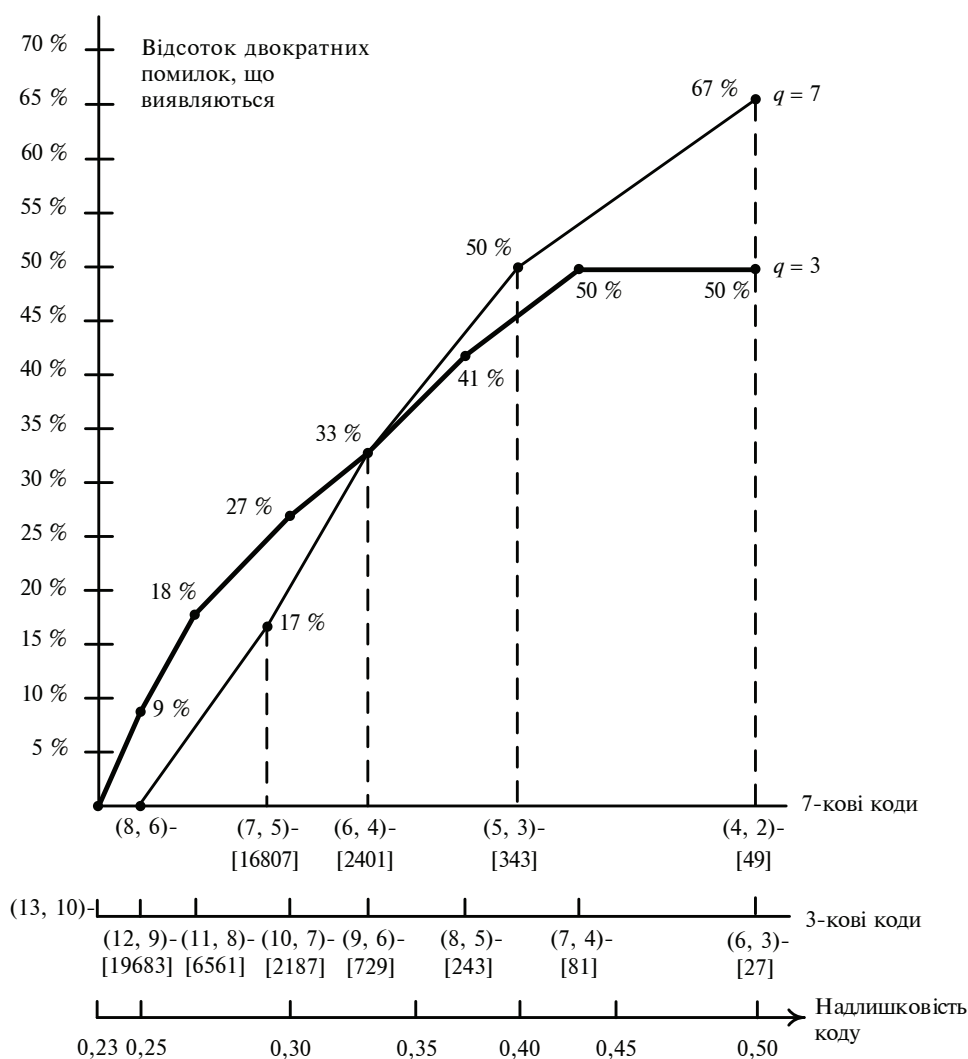


Рис. 8. Здатність виявляти двократні помилки у семиколірних ( $q = 7$ ) і триколірних ( $q = 3$ ) ШК-знаках, синтезованих на основі неповних кодів Гемінга

### Дворівнева система забезпечення завадостійкості штрихкодів зображень

Оскільки багатоколірне штрихове кодування як один із видів автоматичної ідентифікації об'єктів набуває дедалі більшого поширення, то для досягнення необхідного рівня надійності зчитування даних із об'єкта/носія доцільно застосовувати дворівневу систему забезпечення завадостійкості. Нижній рівень забезпечення завадостійкості (рівень ШК-знака) має ґрунтуватись на використанні багатозначного коду Гемінга (за такої умови цифровий вектор ШК-знака є кодовим словом коду Гемінга), а верхній рівень забезпечення завадостійкості (рівень ШК-позначки загалом) – на використанні багатозначного коректувального коду, здатного виправляти спотворення двох видів: помилок і стирань. Таким кодом (кодом верхнього рівня) може бути, наприклад, код Боуза-Чоудхурі-Хоквінгема (код БЧХ) або код Ріда-Соломона. На рівні ШК-знака мінімальними структурними одиницями є елементи ШК-знака, а на рівні всієї ШК-позначки – ШК-знаки. Коректувальний код верхнього рівня забезпечення завадостійкості сприймає ШК-знак як один розряд/символ слова, де словом вважається послідовність ШК-знаків,

які разом утворюють штрихкодове зображення (ШК-позначку).

Під час зчитування ШК-позначки декодер (програма розпізнавання штрихового коду) послідовно виокремлює ШК-знаки зі штрихкодів зображення, тобто відбувається порозрядне/послідовне оброблення зчитаного слова, де розрядами є ШК-знаки. У виокремленому ШК-знаку відбувається внутрішнє декодування за правилами багатозначного коду Гемінга, на основі якого побудована символіка штрихового коду. Результатом внутрішнього декодування можуть бути три висновки: «неушкоджений ШК-знак», «виправлений ШК-знак», «стертий ШК-знак» (рис. 9).

Якщо синдром помилки дорівнює нулю, то ухвалюють рішення, що ШК-знак не містить спотворень. Однак, якщо в ШК-знаку ушкоджено три або більше елементів, то можливі комбінації спотворень, які під час обчислення матимуть нульовий синдром. Кількість таких збігів – 2–6 % (див. рис. 9), зокрема за використання п'ятіркових кодів Гемінга – 2–6 %; трійкових кодів Гемінга – 5–6 %; сімкових кодів – 3 %. На верхньому рівні забезпечення завадостійкості такі випадки будуть виявлені та класифіковані як помилка (помилковий ШК-знак).

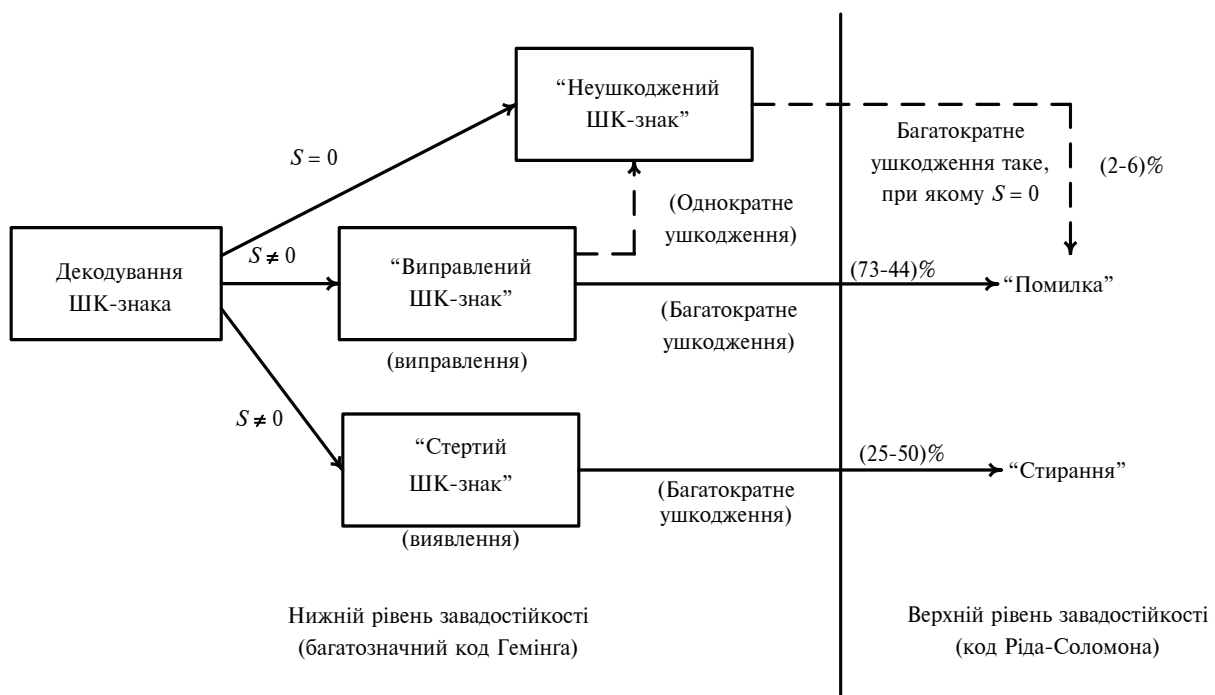


Рис. 9. Взаємозв'язок нижнього та верхнього рівнів забезпечення завадостійкості штрихкодів зображення

Якщо в ШК-знаку ушкоджено лише один елемент, то багатозначний код Гемінга виправить таке спотворення, і ШК-знак стане неушкодженим. Якщо в ШК-знаку ушкоджено два чи більше елементів, то таке спотворення може бути виявлене багатозначним неповним кодом Гемінга (таке відбувається в 25–50 % випадків), і такий ШК-знак вважатиметься декодером «стертим» (не в фізичному, а в математичному сенсі); або може бути сприйняте кодом Гемінга як однократне та виправлене як однократна помилка (зрозуміло, що корекція ШК-знака за такої умови буде неправильною). Тобто якщо ШК-знак буде ідентифіковано внутрішнім декодером (декодером Гемінга) як «виправлений ШК-знак», то в разі двократного/багатократного ушкодження елементів ШК-знака, він сприйматиметься на верхньому рівні забезпечення завадостійкості як «помилка» (див. рис. 9).

Для коректувального коду верхнього рівня завадостійкості (коду Ріда-Соломона) «помилка» – це ситуація, коли невідоме ані місце спотворення у зчитаному слові (ШК-позначці), ані величина спотворення; «стирання» – ситуація, коли місце спотворення відоме (це випадок «стертий ШК-знак»), а невідомою є лише величина спотворення. Водночас для виправлення кожної помилки витрачаються два контрольні розряди коду Ріда-Соломона, а для виправлення кожного стирання – один контрольний розряд. Це означає, що використання на нижньому рівні забезпечення завадостійкості багатозначного неповного коду Гемінга (саме неповного, бо лише неповні коди дають змогу виявляти частину багатократних ушкоджень елементів ШК-знаків – 25–50 %, (див. рис. 7, 8), а на верхньому – коду Ріда-Соломона підсилює коректувальні можливості коду Ріда-Соломона в середньому на 12,5–25 %

передачею на верхній рівень ситуацій «стирання» замість ситуацій «помилка».

## Висновки

Для забезпечення належного рівня правдивості даних, які отримують під час зчитування багатоколірних штрихкодів зображень, необхідно, щоб штрихкодіві знаки – мінімальні структурні одиниці зображення – мали завадостійкість. Забезпечувати цю властивість слід на етапі створення символіки багатоколірного штрихового коду – цифровий вектор ШК-знака має бути кодовим словом багатозначного коректувального коду, здатного виправляти помилки (спотворення штрихкодіві елементів). Якщо символіку/ШК-знаки штрихового коду синтезувати на основі багатозначного неповного коду Гемінга, то стає можливим під час зчитування даних виправляти в межах кожного ШК-знака однократну помилку, а також виявляти значну частину (25–50 %) багатократних помилок. Це утворює нижній рівень завадостійкості багатоколірного штрихового зображення. Для посилення завадозахищеності даних слід на рівні всієї ШК-позначки використовувати код Ріда-Соломона (верхній рівень завадостійкості).

Комплементарне/взаємодоповнювальне застосування двох коректувальних кодів: на нижньому рівні захисту – багатозначного неповного коду Гемінга, а на верхньому – коду Ріда-Соломона, істотно (в середньому на 12–25 %) підвищує завадостійкість багатоколірних штрихових кодів.

Подальші дослідження слід зосередити на вдосконаленні алгоритмічного забезпечення декодування кодів Ріда-Соломона, а також адаптації кодів БЧХ до виправлення не лише помилок, а й стирань символів.

## References

- [1] H. Bagherinia and R. Manduchi, “A theory of color barcodes,” in *2011 IEEE Int. Conf. Computer Vision Workshops (ICCV Workshops)*, Barcelona, Spain, 2011, pp. 806–813. doi: 10.1109/ICCVW.2011.6130335
- [2] J. Barrus and G.J. Wolf, “Embedding barcode data in an auxiliary field of an image file,” U.S. Patent 7 150 399, Dec. 19, 2006.
- [3] O. Tutsuya, M. Kazuhiro, “Layered two-dimensional code, creation method thereof, and read method,” U.S. Patent Application 20090166418, 2006.
- [4] *High capacity color barcodes (HCCB)* [Online]. Available: <https://www.microsoft.com/en-us/research/project/high-capacity-color-barcodes-hccb/>
- [5] A. Grillo *et al.*, “High capacity colored two dimensional codes,” in *Proc. Int. Multiconf. Computer Science and Information Technology*, 2010, Oct. 18–20, pp. 709–716.
- [6] D. Parikh and G. Jancke, “Localization and segmentation of a 2D high capacity color barcode,” in *IEEE Workshop on Applications of Computer Vision*, 2008, Jan. 7–9, pp. 1–6. doi: 10.1109/WACV.2008.4544033

- [7] F. Wang and R. Manduchi, "Color-constant information embedding," in *Proc. IEEE Workshop Color Reflectance Imaging Computer Vision*, 2010.
- [8] E.G. Miller and K. Tieu, "Color eigenflows: Statistical modeling of joint color changes," in *Proc. Eighth IEEE Int. Conf. Computer Vision (ICCV 2001)*, Vancouver, Canada, 2001, pp. 607–614. doi: 10.1109/ICCV.2001.937574
- [9] P. Cattrone, "Two-dimensional color barcode and method of generating and decoding the same," U.S. Patent 7 478 746, Jan. 20, 2009.
- [10] M. Querini *et al.*, "2D color barcodes for mobile phones," *Int. J. Comp. Sci. Appl.*, vol. 8, no. 1, pp. 136–155, 2011.
- [11] W. Wesley Peterson and E. J. Weldon, Jr., *Error-Correcting Codes*, 2nd ed. MIT, 1972, 560 p.
- [12] R.E. Blahut, *Theory and Practice of Error Control Codes*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1983, 500 p.
- [13] T. Kasami *et al.* *Theory Coding*. Mir, 1978, 576 p.

Е.С. Сулема, Н.В. Онай, А.И. Дичка

#### АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ МНОГОЦВЕТНЫХ ШТРИХКODOVЫХ ЗНАКОВ НА ОСНОВЕ ПОЛЯ $GF(p)$

**Проблематика.** В последние годы есть устойчивая тенденция использования многоцветных штриховых кодов. При этом повышается информационная плотность представления данных по сравнению с черно-белыми штриховыми кодами. Однако процессы распознавания и декодирования штриховых изображений усложняются. Поэтому для надежного считывания с объекта многоцветных штриховых кодов необходимо обеспечить помехоустойчивость штриховых знаков (ШК-знаков) – минимальных структурных единиц штрихового изображения.

**Цель исследования.** Разработать методики синтеза символов многоцветных штриховых кодов, обладающих помехоустойчивостью на уровне ШК-знаков.

**Методика реализации.** Поставленная цель достигается благодаря применению многозначных неполных кодов Хэмминга как основы ШК-знаков. Цифровой эквивалент ШК-знака является кодовым словом многозначного кода Хэмминга, в котором операции кодирования-декодирования выполняются по правилам конечного поля вида  $GF(p)$ .

**Результаты исследования.** Предложены помехоустойчивости многоцветных штриховых кодов, в которых на уровне ШК-знаков обеспечивается исправление однократных искажений элементов/ошибок и обнаружение значительного количества многократных искажений. Оценена помехоустойчивость многоцветных ШК-знаков.

**Выводы.** Предложенная методика синтеза символов многоцветных штриховых кодов позволяет создавать штриховые коды с улучшенными характеристиками помехоустойчивости, что обеспечивает надежность процессов считывания многоцветных штриховых изображений в системах автоматической идентификации.

**Ключевые слова:** многоцветные штриховые коды; многозначный код Хэмминга; автоматическая идентификация.

Ye.S. Sulema, M.V. Onai, A.I. Dychka

#### ALGORITHMIC PROVISION OF ERROR-CORRECTING MULTI-COLORED BARCODE PATTERNS BASED ON $GF(p)$

**Background.** In recent years, there has been a steady trend towards the using of multi-colored barcodes. This increases the information density of the data compared to black and white barcodes. However, this complicates the processes of recognition and decoding of bar code images. Therefore, in order to reliably read multi-colored barcodes from an object, it is necessary to ensure noise immunity of bar code patterns – the minimum structural units of the bar code image.

**Objective.** The purpose of the paper is development of a method for the synthesis of symbolics of multi-colored bar codes, which have the property of noise immunity at the level of bar code patterns.

**Methods.** This goal is achieved through the using of multivalued incomplete Hemming codes as the basis for constructing bar code patterns. The numerical equivalent of the bar code pattern is a code word of the multi-valued Hemming code, in which the encoding-decoding operations are performed according to the rules of a finite field  $GF(p)$ .

**Results.** A number of error-correcting multi-colored barcodes have been proposed, in which one-time distorted element (error) is corrected at the level of barcode pattern and a significant number of multiple distortions are detected. The error-correcting capability of multi-colored barcode patterns has been evaluated.

**Conclusions.** The proposed method of the synthesis of symbolics of multi-colored barcodes allows creating barcodes with improved error-correcting characteristics, which provides the appropriate level of reliability of the process of reading multi-colored barcodes in automatic identification systems.

**Keywords:** multi-colored bar codes; multi-valued Hemming code; automatic identification.

Рекомендована Радою  
факультету прикладної математики  
КПІ ім. Ігоря Сікорського

Надійшла до редакції  
10 грудня 2020 року

Прийнята до публікації  
29 березня 2021 року