

DOI: 10.20535/kpi-sn.2019.1.158726

УДК 531.383

Є.І. Білоус*, О.І. Нестеренко

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

*corresponding author: bilouseugene@gmail.com

СПРОЩЕННЯ МОДЕЛІ ВИМІРЮВАННЯ В АЛГОРИТМІ КВАТЕРНІОННОГО ФІЛЬТРА КАЛМАНА БЕЗПЛАТФОРМНОЇ КУРСОВЕРТИКАЛІ

Проблематика. Одним із найпоширеніших варіантів корекції безплатформної курсовертикалі (БКВ) є застосування алгоритмів із використанням оптимального фільтра Калмана (ОФК). Такий алгоритм дає змогу оцінювати і компенсувати похибки визначення кутів орієнтації, зміщення нулів гіроскопів та зменшує вплив шумів датчиків. Проте основною проблемою відомих аналогів є надлишковість інформації в моделі вимірювання, що призводить до підвищення обчислювальних затрат алгоритму. Своєю чергою це змушує використовувати для побудови таких систем більш потужні і, отже, дорогі процесори. В роботі розглядається варіант спрощення моделі вимірювання ОФК.

Мета дослідження. Метою роботи є зниження обчислювальних затрат алгоритму БКВ із використанням ОФК.

Методика реалізації. Для зниження обчислювальних затрат алгоритму БКВ пропонується спрощення вектора вимірювання ОФК. Для цього розроблено модель вимірювання БКВ і показано перехід від кутів похибок до кватерніона похибки. Завдяки виключенню надлишкової інформації з моделі вимірювання спрощено вектор вимірювання з шести компонентів до трьох. Доведено спостережуваність усіх похибок БКВ, що входять до вектора стану, при використанні спрощеного вектора вимірювання. Ефективність спрощення підтверджено оцінкою обчислювальних затрат алгоритму.

Результати дослідження. Результатом дослідження є математична модель вимірювання ОФК для БКВ зниженого порядку (з шести компонентів до трьох), яка дає можливість оцінювати всі компоненти вектора стану похибок БКВ.

Висновки. Запропоновано варіант спрощення моделі вимірювання ОФК, який використовується в алгоритмі роботи БКВ, за рахунок чого значно зменшується обсяг обчислень алгоритму порівняно з відомими аналогами.

Ключові слова: система орієнтації; курсовертикаль; кватерніон; фільтр Калмана, модель вимірювання.

Вступ

У зв'язку з появою та стрімким розвитком мікромеханічних датчиків високої популярності набувають малогабаритні, відносно недорогі системи з точністю, достатньою для розв'язання задач просторової орієнтації у низці нових сфер застосування: малогабаритних безпілотних апаратах, робототехніці, системах віртуальної реальності, гральних пристроях тощо.

Визначення повної просторової орієнтації з найвищою точністю досягається за оптимальної інтеграції гіроскопів, акселерометрів і магнітометрів у єдину систему, яку часто називають курсовертикаллю. При використанні мікромеханічних датчиків вони жорстко встановлюються на об'єкті, тому курсовертикаль відносять до класу безплатформних систем орієнтації [1].

Основою всіх алгоритмів роботи безплатформних курсовертикалей (БКВ) є інтегрування

сигналів гіроскопів (як датчиків кутової швидкості) з корекцією за сигналами акселерометрів і магнітометрів. Найпоширенішими варіантами реалізації корекції гіроскопів у мікромеханічних БКВ є застосування комплементарних фільтрів [2, 3] та оптимального фільтра Калмана (ОФК), який дає змогу оцінювати і компенсувати похибки визначення кутів орієнтації, зміщення нулів гіроскопів та зменшити вплив шумів датчиків. На сьогодні запропоновано низку реалізацій ОФК в алгоритмах БКВ [4–7], які отримали назву “кватерніонний фільтр” через використання кватерніонів для визначення орієнтації. Проте у всіх розглянутих варіантах вектор вимірювання ОФК складається з 6-ти компонентів, що є надлишковим та призводить до підвищення обчислювальних затрат алгоритму.

У статті розглядається варіант спрощення вектора вимірювання ОФК для БКВ без зміни вектора стану системи.

Постановка задачі

Метою роботи є зниження обчислювальних затрат алгоритму БКВ з використанням ОФК через спрощення вектора вимірювання за рахунок виключення надлишкової інформації з моделі вимірювання.

Модель стану і вимірювання оптимального фільтра Калмана

Запишемо рівняння похибки системи орієнтації у вигляді [5]:

$$\dot{\Lambda}_e = -\tilde{\omega}\Lambda_e - \frac{1}{2}(\tilde{\omega} - \omega), \quad (1)$$

де Λ_e – кватерніон похибки визначення орієнтації у БКВ; ω – ідеальні значення кутових швидкостей; $\tilde{\omega}$ – “приладові” значення кутових швидкостей.

Покладаючи, що похибка оцінки кутової швидкості $(\tilde{\omega} - \omega)$ включає білий шум $W_1(t)$ та зміщення нулів гіроскопів ΔB , які можуть бути представлені як випадкове блукання нуля $\Delta\dot{B} = W_2(t)$, рівняння стану можна записати в такому вигляді:

$$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + W(t), \quad (2)$$

де вектори стану і шумів задаються як

$$X = \begin{bmatrix} \Lambda_e \\ \Delta B \end{bmatrix}, \quad W(t) = \begin{bmatrix} W_1(t) \\ W_2(t) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Відповідно до виразів (1), (2) матриця стану формується таким чином:

$$F(t) = \begin{bmatrix} -[\hat{\omega}] & -\frac{1}{2}I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad [\hat{\omega}] = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

де $I_{3 \times 3}$, $0_{3 \times 3}$ – одинична і нульова матриці розміром 3×3 кожна.

Розглянемо рівняння вимірювання [7]:

$$Y(t_k) = D(t_k)X(t_k) + V(t_k), \quad (5)$$

де вектор вимірювання має такий вигляд:

$$Y = \begin{bmatrix} \delta \hat{a}^b \\ \delta \hat{m}^b \end{bmatrix}, \quad (6)$$

та включає в себе вектори вимірювань акселерометрів $\delta \hat{a}^b$ і магнітометрів $\delta \hat{m}^b$:

$$\delta \hat{a}^b = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} - C^{bg} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}, \quad \delta \hat{m}^b = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} - C^{bg} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ H \\ -Z \end{bmatrix},$$

де g – прискорення сили тяжіння; H, Z – горизонтальна та вертикальна складові вектора магнітного поля Землі; C^{bg} – матриця напрямних косинусів переходу від географічної системи координат до системи координат об’єкта.

Матриця вимірювання D і вектор шумів вимірювання V у рівнянні (5) задаються таким чином:

$$D(t_k) = \begin{bmatrix} 2[\hat{a}^b] & 0_{3 \times 3} \\ 2[\hat{m}^b] & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad V(t_k) = \begin{bmatrix} V_a(t_k) \\ V_m(t_k) \end{bmatrix},$$

де $[\hat{a}^b]$ і $[\hat{m}^b]$ – кососиметричні матриці вимірювань акселерометрів і магнітометрів, а $V_a(t_k)$ та $V_m(t_k)$ – вектори шумів їх вимірювань.

Похибки обчислення кутів орієнтації безплатформних курсовертикалей

Нехай кути β , α та δ задають положення “приладної” географічної системи координат $O\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$, обчисленої в БКВ, відносно дійсної географічної системи координат $Oxyz$, як показано на рисунку. Кути β та α – похибки аналітичної побудови вертикалі в БКВ, а кут δ – похибка визначення напрямку меридіана.

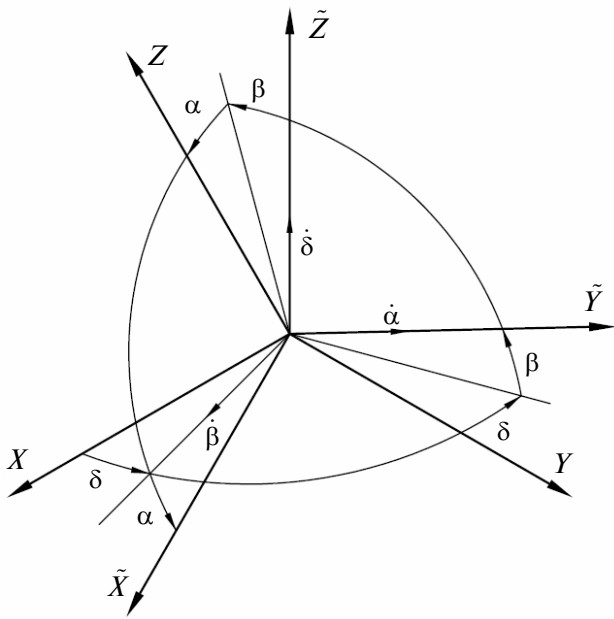
З урахуванням малості кутів β , α та δ :

$$\begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{bmatrix} = B \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & \delta & -\alpha \\ -\delta & 1 & \beta \\ \alpha & -\beta & 1 \end{bmatrix}.$$

Перейдемо від кутів до кватерніона похибки. Для цього запишемо кватерніони, що відповідають кожному з поворотів δ , β та α :

$$M = \cos \frac{\delta}{2} + \bar{k} \sin \frac{\delta}{2}, \quad N = \cos \frac{\beta}{2} + \bar{i} \sin \frac{\beta}{2},$$

$$P = \cos \frac{\alpha}{2} - \bar{j} \sin \frac{\alpha}{2}.$$



Взаємне положення дійсного і обчисленого географічних тригранників

Виконавши кватерніонне множення у зворотному порядку $\bar{\Lambda}_e = \bar{P} \otimes \bar{N} \otimes \bar{M}$, отримаємо параметри кватерніона похибки $\bar{\Lambda}_e = \lambda_{e0} + \tilde{i}\lambda_{e1} + \tilde{j}\lambda_{e2} + \tilde{k}\lambda_{e3}$, де

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \begin{bmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} & 0 & \sin \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}, \bar{N} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\beta}{2} & \sin \frac{\beta}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{M} &= \begin{bmatrix} \cos \frac{\delta}{2} & 0 & 0 & \cos \frac{\delta}{2} \end{bmatrix}, \\ \bar{\Lambda}_e &= (\bar{P} \otimes \bar{N}) \otimes \bar{M} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\delta}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\delta}{2} \\ \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\delta}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\delta}{2} \\ \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\delta}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\delta}{2} \\ -\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\delta}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\delta}{2} \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \quad (7)$$

З урахуванням малості кутів β , α та δ запишемо значення елементів кватерніона похибки (7):

$$\lambda_{e0} = 1, \lambda_{e1} = \frac{\beta}{2}, \lambda_{e2} = \frac{\alpha}{2}, \lambda_{e3} = \frac{\delta}{2}. \quad (8)$$

Спрощення моделі вимірювання курсовертикалі

Розглянемо можливість спрощення вектора вимірювання Y (6), що складається з 6-ти компонентів, до трикомпонентного вектора. Для цього розглянемо кути похибок визначення орієнтації β , α та δ .

Проекції прискорення сили тяжіння \vec{g} на осі географічної системи координат:

$$\begin{bmatrix} a_x^g \\ a_y^g \\ a_z^g \end{bmatrix} = C^{gb} \cdot \begin{bmatrix} a_x^b \\ a_y^b \\ a_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}, \quad (9)$$

де a_i^b ($i = x, y, z$) – ідеальні сигнали акселерометрів.

Позначимо через Δa_i^b – похибки вимірювання акселерометрів, ΔC – матрицю похибок обчислення матриці напрямних косинусів C^{bg} . Тоді “приладові” покази акселерометрів \tilde{a}_i^b і обчислену матрицю напрямних косинусів \tilde{C}^{gb} можна подати у вигляді

$$\tilde{a}_i^b = a_i^b + \Delta a_i^b; \tilde{C}^{gb} = \Delta C \cdot C^{gb}.$$

Тоді значення проекцій (9) прискорення сили тяжіння на осі “приладної” географічної системи координат можна записати в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{a}_x^g \\ \tilde{a}_y^g \\ \tilde{a}_z^g \end{bmatrix} &= \Delta C \cdot C^{gb} \cdot \left(\begin{bmatrix} a_x^b \\ a_y^b \\ a_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta a_x^b \\ \Delta a_y^b \\ \Delta a_z^b \end{bmatrix} \right) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -\delta & \alpha \\ \delta & 1 & -\beta \\ -\alpha & \beta & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x^g \\ a_y^g \\ a_z^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta a_x^g \\ \Delta a_y^g \\ \Delta a_z^g \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

або, з урахуванням (9):

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_x^g \\ \tilde{a}_y^g \\ \tilde{a}_z^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \cdot g \\ -\beta \cdot g \\ g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta a_x^g \\ \Delta a_y^g \\ \Delta a_z^g \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Аналогічно запишемо значення проекцій вектора магнітного поля Землі на осі “приладної” географічної системи координат:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{m}_x^g \\ \tilde{m}_y^g \\ \tilde{m}_z^g \end{bmatrix} &= \Delta C \cdot C^{gb} \cdot \left(\begin{bmatrix} m_x^b \\ m_y^b \\ m_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta m_x^b \\ \Delta m_y^b \\ \Delta m_z^b \end{bmatrix} \right) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -\delta & \alpha \\ \delta & 1 & -\beta \\ -\alpha & \beta & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_x^g \\ m_y^g \\ m_z^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta m_x^g \\ \Delta m_y^g \\ \Delta m_z^g \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (11)$$

де ідеальні значення проекцій вектора магнітного поля Землі на осі географічної системи координат:

$$\begin{bmatrix} m_x^g \\ m_y^g \\ m_z^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ H \\ -Z \end{bmatrix}. \quad (12)$$

З урахуванням (12) вираз (11) набуває такого вигляду:

$$\begin{bmatrix} \tilde{m}_x^g \\ \tilde{m}_y^g \\ \tilde{m}_z^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta H - \alpha \cdot Z \\ H + \beta \cdot Z \\ \beta H - Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta m_x^g \\ \Delta m_y^g \\ \Delta m_z^g \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Відповідно до виразів (10), (13) запишемо значення кутів похибок БКВ:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\tilde{a}_x^g}{g} - \frac{\Delta a_x^g}{g}, \beta = -\frac{\tilde{a}_y^g}{g} + \frac{\Delta a_y^g}{g}, \\ \delta &= -\frac{\tilde{m}_x^g}{H} + \alpha \frac{Z}{H} + \frac{\Delta m_x^g}{H}. \end{aligned} \quad (14)$$

Відзначимо, що $Z/H = \text{tg} I$, де I – кут магнітного нахилення (магнітна широта).

Відповідно до виразів (8) здійснимо перехід від кутів похибок (14) до елементів кватерніона похибки:

$$\begin{aligned} \lambda_{e2} &= \frac{\tilde{a}_x^g}{2g} - \frac{\Delta a_x^g}{2g}, \lambda_{e1} = -\frac{\tilde{a}_y^g}{2g} + \frac{\Delta a_y^g}{2g}, \\ \lambda_{e3} &= -\frac{\tilde{m}_x^g}{2H} - \lambda_{e2} \frac{Z}{H} + \frac{\Delta m_x^g}{2H}. \end{aligned} \quad (15)$$

Використавши елементи (15) кватерніона похибки, сформуємо новий вектор вимірювання Y :

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{a}_x^g}{g} & \frac{\tilde{a}_y^g}{g} & \frac{\tilde{m}_x^g}{H} \end{bmatrix}^T, \quad (16)$$

компоненти якого дорівнюють:

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{a}_x^g}{g} &= 2\lambda_{e2} + \frac{\Delta a_x^g}{g}, \frac{\tilde{a}_y^g}{g} = -2\lambda_{e1} + \frac{\Delta a_y^g}{g}, \\ \frac{\tilde{m}_x^g}{H} &= -2\lambda_{e2} \frac{Z}{H} - 2\lambda_{e3} + \frac{\Delta m_x^g}{H}. \end{aligned} \quad (17)$$

Також сформуємо вектор шумів вимірювання:

$$V = \begin{bmatrix} \frac{\Delta a_x^g}{g} & \frac{\Delta a_y^g}{g} & \frac{\Delta m_x^g}{H} \end{bmatrix}^T. \quad (18)$$

Використовуючи вирази (16)–(18), запишемо рівняння вимірювань:

$$Y = D \cdot X + V, \quad (19)$$

де матриця вимірювань D має такий вигляд:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2\text{tg} I & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

при цьому вектор стану X залишається незмінним.

Аналіз спостережуваності похибок системи

Для того щоб за допомогою ОФК можна було оцінювати всі $n = 6$ введених у вектор стану X (3) похибок БКВ по вимірних похибках Y (16), необхідно, щоб виконувалася умова повної спостережуваності системи, яка описується рівняннями (2), (19). У випадку сталих матриць A, D для повної спостережуваності необхідно й достатньо, щоб наступна блочна матриця спостережуваності другого роду [8]

$$M_H = [D \quad D \cdot F \quad D \cdot F^2 \quad \dots \quad D \cdot F^{n-1}]^T \quad (21)$$

мала повний ранг, тобто ранг матриці $M_H = n = 6$. Якщо ця умова не виконується, то ранг матриці M_H дорівнює числу змінних стану системи $X(t)$ (похибок БСО) або їх незалежних лінійних комбінацій, які можна оцінити за вимірюваннями (16).

Оскільки розмірність матриці D становить 3×6 , а матриці F – 6×6 , визначимо ранг квадратної матриці 6×6 , утвореної з перших двох блоків матриці M_H (21):

$$M'_H = \begin{bmatrix} D \\ D \cdot F \end{bmatrix}.$$

Якщо матриця M'_H має повний ранг, то і вихідна матриця M_H (21) теж має повний ранг.

Перепишемо матриці F і D відповідно до (4) та (20) у такому вигляді:

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & -\frac{1}{2}I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, F_1 = -[\tilde{\omega} \times], \quad (22)$$

$$D = [D_1 \quad 0_{3 \times 3}], D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 \operatorname{tg} I & -2 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Відповідно до (22), (23) матриця M'_H має вигляд

$$M'_H = \begin{bmatrix} D_1 & 0_{3 \times 3} \\ D_1 \cdot F_1 & -\frac{1}{2}D_1 \end{bmatrix}.$$

Визначник матриці M'_H :

$$\begin{aligned} \Delta[M'_H] &= \\ &= \Delta \begin{bmatrix} D_1 & 0_{3 \times 3} \\ D_1 \cdot F_1 & -\frac{1}{2}D_1 \end{bmatrix} = \Delta \left[-\frac{1}{2}D_1^2 \right] = -32 \neq 0. \end{aligned}$$

Тобто матриця M'_H і, відповідно, матриця спостережуваності M_H (21) мають повний ранг, який дорівнює 6, тому всі 6 похибок БКВ, що входять до вектора стану X (3), є спостережуваними. Таким чином, оцінюючи за допомогою ОФК помилки БКВ, їх можна буде компенсувати.

Оцінка обчислювальних витрат одного кроку алгоритму фільтра Калмана

Для перевірки ефективності спрощення вектора вимірювання Y з шести компонентів (6) до трьох (16), виконаємо оцінку обчислювальних витрат одного кроку алгоритму ОФК. Скористаємось виразами для оцінки

кількості операцій множення та додавання, необхідних для обчислення оптимального коефіцієнта підсилення ОФК на одному кроці алгоритму [9]:

$$M = n^2r + 2nr^2 + r^3,$$

$$A = n^2r + 2nr^2 - 2nr + r^3,$$

де M – кількість операцій множення, A – кількість операцій додавання. При цьому n – розмірність вектора стану $X(n \times 1)$, а r – розмірність вектора вимірювання $Y(r \times 1)$.

Для вектора вимірювання Y (6) розмірністю 6×1 :

$$M_{r=6} = n^2r + 2nr^2 + r^3 = 864,$$

$$A_{r=6} = n^2r + 2nr^2 - 2nr + r^3 = 792.$$

Для вектора вимірювання Y (16) розмірністю 3×1 :

$$M_{r=3} = n^2r + 2nr^2 + r^3 = 243,$$

$$A_{r=3} = n^2r + 2nr^2 - 2nr + r^3 = 207.$$

У результаті скорочення вектора вимірювання з 6-ти компонентів до трьох кількість операцій множення зменшилась у 3,6 разу та кількість операцій додавання зменшилась у 3,8 разу, що підтверджує суттєву ефективність запропонованої моделі вимірювання.

Висновки

Запропоновано спрощення моделі вимірювання оптимального фільтра Калмана, який використовується в алгоритмі роботи безплатформної курсовертикалі, що дає змогу суттєво зменшити обсяг обчислень у алгоритмі курсовертикалі порівняно з відомими аналогами.

Своєю чергою зменшення об'єму обчислень алгоритму дає можливість вибрати менш потужний процесор для БКВ, а отже, зменшити енергоспоживання БКВ, що є суттєвою перевагою при використанні БКВ у системах з автономним живленням.

Напрямом подальшої роботи є проведення напівнатурного моделювання алгоритму роботи БКВ, дослідження похибок системи та пошук методів їх зменшення.

References

- [1] D.S. Pelpor *et al.*, *Gyroscopic Systems. Gyroscopic Devices and Systems*. Moscow, SU: High School, 1988.
- [2] M. Euston *et al.*, “A complementary filter for attitude estimation of a fixed wing UAV”, in *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp. 340–345, 2008. doi: 10.1109/IROS.2008.4650766
- [3] L. Ryzhkov, “Complementary filter design for attitude determination”, in *Proc. IEEE 5th Int. Conf. Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC)*, pp. 214–217, 2018. doi: 10.1109/MSNMC.2018.8576177
- [4] D. Gebre-Egziabher *et al.*, “A gyro-free quaternion-based attitude determination system suitable for implementation using low cost sensors”, in *Proc. IEEE Position Location and Navigation Symposium*, pp. 185–192, 2000. doi: 10.1109/PLANS.2000.838301
- [5] L. Wang *et al.*, “Quaternion-based Kalman filter for AHRS using an adaptive-step gradient descent algorithm”, *Int. J. Advanced Robotic Systems*, 2015. doi: 10.5772/61313
- [6] K. Feng *et al.*, “A new quaternion-based Kalman filter for real-time attitude estimation using the two-step geometrically-intuitive correction algorithm”, *Sensors (Basel)*, vol. 17, no. 9, p. 2146, 2017. doi: 10.3390/s17092146
- [7] G. Zhong-yu *et al.*, “Quaternion-based Kalman filter for micro-machined strapdown attitude heading reference system”, *Chinese J. Aeronautics*, vol. 15, pp. 171–175, 2002. doi: 10.1016/S1000-9361(11)60149-0
- [8] K. Brammer and G. Siffling, *Kalman Bucy Filters*. Moscow, SU: Science, 1982.
- [9] J. Mendel, “Computational requirements for a discrete Kalman filter”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 16, pp. 748–758, 1971. doi: 10.1109/TAC.1971.1099837

Е.И. Билоус, О.И. Нестеренко

УПРОЩЕНИЕ МОДЕЛИ ИЗМЕРЕНИЯ В АЛГОРИТМЕ КВАТЕРНИОННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ КУРСОВЕРТИКАЛИ

Проблематика. Одним из самых распространенных вариантов коррекции бесплатформенной курсовертикали (БКВ) является применение алгоритмов с использованием оптимального фильтра Калмана (ОФК). Такой алгоритм позволяет оценивать и компенсировать погрешности определения углов ориентации, смещение нулей гироскопов и уменьшает влияние шумов датчиков. Однако основной проблемой известных аналогов является избыточность информации в модели измерения, что приводит к повышению вычислительных затрат алгоритма. В свою очередь это вынуждает к использованию при построении таких систем более мощных и, следовательно, дорогих процессоров. В работе рассматривается вариант упрощения модели измерения ОФК.

Цель исследования. Целью работы является снижение вычислительных затрат алгоритма БКВ с использованием ОФК путем упрощения модели измерений.

Методика реализации. Для снижения вычислительных затрат алгоритма БКВ предлагается упрощение вектора измерения ОФК. Для этого разработана модель измерения БКВ и показан переход от углов погрешностей к кватерниону погрешности. Путем исключения избыточной информации из модели измерения упрощен вектор измерения от шести компонентов к трем. Доказана наблюдаемость всех погрешностей БКВ, которые входят в вектор состояния. Эффективность упрощения подтверждена путем оценки вычислительных затрат алгоритма.

Результаты исследования. Результатом исследования является математическая модель измерения ОФК для БКВ пониженного порядка (от шести компонентов к трем), которая, как и исходная модель, позволяет оценивать все компоненты вектора состояния погрешностей БКВ.

Выводы. Предложен вариант упрощения модели измерения ОФК, который используется в алгоритме работы БКВ, за счет чего значительно уменьшается объем вычислений алгоритма по сравнению с известными аналогами.

Ключевые слова: система ориентации; курсовертикаль; кватернион; фильтр Калмана; модель измерения.

Y.I. Bilous, O.I. Nesterenko

SIMPLIFICATION OF THE MEASUREMENT MODEL IN ALGORITHM OF THE STRAPDOWN ATTITUDE AND HEADING REFERENCE SYSTEM BASED ON THE QUATERNION KALMAN FILTER

Background. One of the most common variants of correction of strapdown attitude and heading reference system (AHRS) is using of the Kalman filter (KF) algorithm. The algorithm makes it possible to estimate and compensate errors of the orientation calculation, the gyros bias and reduces the influence of sensor noise. However, the main problem of known analogues is the excess of information in the measurement model, which leads to an increased computational requirement of the algorithm. In turn it forces the use of more powerful and therefore expensive processors for construction of such systems. The paper considers the simplification of the measurement model of the KF.

Objective. The aim of the paper is to reduce the computational requirements of the AHRS algorithm using KF, by simplifying the measurement model.

Methods. To reduce the computational requirements of the AHRS algorithm, it is proposed to simplify the KF measurement vector. For this, the measurement model of the AHRS was developed and the transition from the error angles to the error quaternion

was shown. The measurement vector was simplified from six components to three, by eliminating excess information from the measurement model. The observability of whole state vector of the AHRS errors was proved. The effectiveness of the measurement vector simplification is confirmed by estimating the computational requirements of the algorithm.

Results. The result of the research is low-order measurement model (from six components to three) of the KF for AHRS, which, as the original model, allows estimating all components of the state vector of the AHRS errors.

Conclusions. Variant of KF measurement model simplification for the AHRS algorithm is proposed. This allows essentially reducing amount of the algorithm calculations in comparison to known analogues.

Keywords: orientation system; attitude and heading reference system; quaternion; Kalman filter; measurement model.

Рекомендована Радою
приладобудівного факультету
КПІ ім. Ігоря Сікорського

Надійшла до редакції
30 січня 2019 року

Прийнята до публікації
28 лютого 2019 року